

به نام یکتا سر در کمال

علم مایه‌ی اقتدار است؛ هر کس آن را به دست آورد برتری می‌یابد و هر کس قدر آن را نداند بر او برتری می‌یابند.
«امام علی (ع)»



سیزدهمین دوره‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

کتابچه‌ی دوره‌ی تابستانه‌ی ۱۳۹۶

رئیس کمیته‌ی نجوم و اخترفیزیک: دکتر مهدی خاکیان قمی

مسئول هماهنگی و برگزاری دوره: محمدهادی ستوده

سیزدهمین دوره‌ی تابستانه‌ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک از ۱۳ تیر لغایت ۲۴ شهریور ۱۳۹۶ به مدت ۱۱ هفته برگزار شد. در این دوره، دانش‌آموزان برگزیده‌ی کشور در زمینه‌ی نجوم و اخترفیزیک کلاس‌هایی را در موضوعات **تئوری** (اخترفیزیک ستاره‌ای، اخترفیزیک کهکشانی، کیهان‌شناسی، مکانیک سماوی، نجوم کروی، ابزارشناسی و اپتیک)، **تحلیل داده و رصد** گذراندند و با برگزاری ۸ آزمون در طول دوره، توانایی‌هایشان مورد ارزیابی قرار گرفت. مجموعه‌ی حاضر، شامل اطلاعات دوره، اسامی مدال‌آوران و تمامی آزمون‌های برگزار شده در دوره است. از میان ۱۰ نفر اول این دوره که موفق به کسب مدال طلا شدند، افراد منتخب در دوازدهمین المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک که از ۱۲ تا ۲۰ آبان ۱۳۹۷ در کشور چین برگزار شد، شرکت کردند و موفق به کسب عنوان قهرمانی جهان شدند.



گروه‌های آموزشی و مدرسان



باتشکراز

محمّدتقی بابامرادی

علی ناصرزاده، سیدمرتضی حسینی، بهرام مددی، هیوا رخشان، شهاب‌الدّین محین، نیما چرتاب سلطانی، علی فهیم‌نیا
عبّاسعلی مظفّری، علیرضا اختری، حسن فرقانی، یزدان بابازاده



مدال برنز

شایان احمدی
پارمیدا افشاری نژاد
محمد رضا بیژنی
دانیال جلائیان سامانی
ریحانه جوادی
امیررضا خانی پور ماچانی
مهیار دست‌مزدی
محمدامین ربّانی
رامتین روستایی
علی سرائر طوسی
امیررضا شجاعی باغینی
یاسمن عسگری
علیرضا محسنی
محمدحسین مرادی
ساحل مس‌فروش
امیرمهدی نامجو
فریما نکویی

مدال طلا

امیرعلی اختراعی
پارسا افتاده چادرنشین ورنلو
نوید اکبری
کیان باختری
هدی پورغلامی مرکیه
محمدصدرا حیدری مصطفی آبادی
محمد شجاعیان
علیرضا محمدیان
سیدامیرپویا معینی
علی یونسی

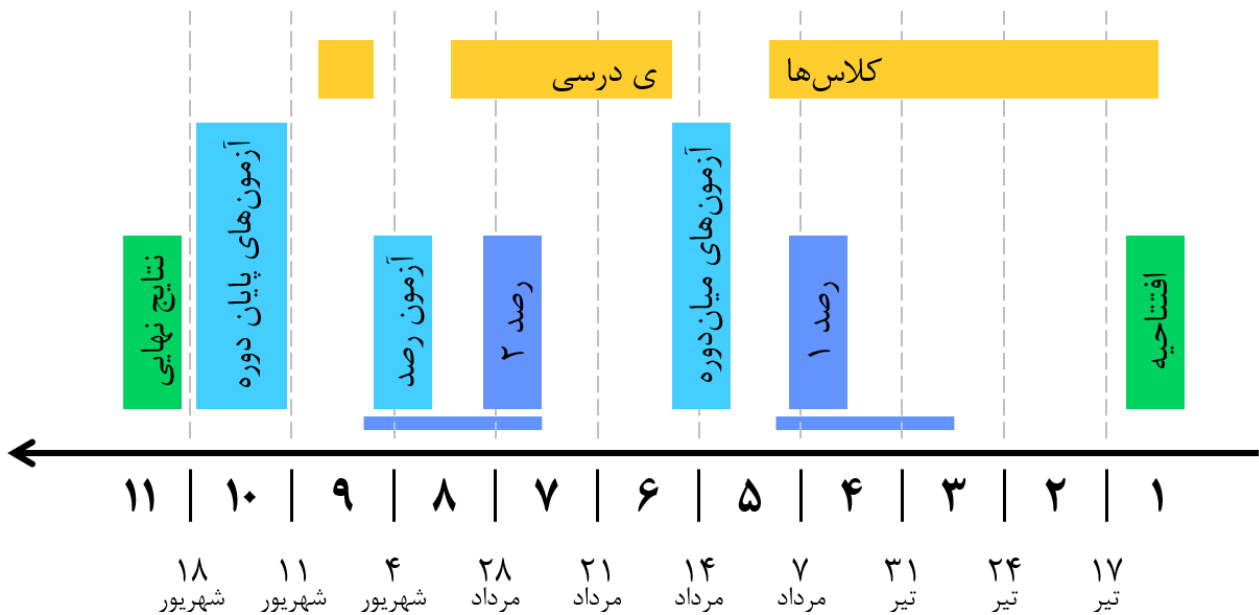
مدال نقره

ارشیا اکبری
ثمین بهشتی زوّاره
علی جوانمرد
خشایار ریحانی
بردیا عباسی
امیرحسین عباسی کسبی
مهیار عباسی لرکی
سپیده عبداللهی هنجین
فرشید غلامی ارجنکی
افشین فروتن
سبحان قرنقلی
مهرپویا قربانی‌زاده قمصری
امین کشیری
شهریار مجیدی
امیرحسین مرادی
علی مقدّم
علی مهربانی

آامی مدال آوران (به ترتیب حروف الفبا)



تقویم دوره



آزمون‌های دوره

جدول زیر، اطلاعات کلی ۸ آزمون برگزار شده را نشان می‌دهد.

ردیف	نماد و عنوان آزمون	تاریخ و زمان برگزاری	مدت آزمون (دقیقه)
۱	D1 تحلیل داده ۱	۱۵ مرداد، ساعت ۸:۰۰	۲۷۰
۲	T1 تئوری ۱	۱۶ مرداد، ساعت ۸:۰۰	۲۷۰
۳	N رصد غیرمسلح	۲ شهریور، ساعت ۲۳:۰۰	۱۲۰
۴	T رصد مسلح	۳ شهریور، ساعت ۲۳:۰۰	۳۵
۵	D2 تحلیل داده ۲	۱۲ شهریور، ساعت ۸:۰۰	۳۰۰
۶	T2 تئوری ۲	۱۶ شهریور، ساعت ۸:۰۰	۲۱۰
۷	T3 تئوری ۳	۱۷ شهریور، ساعت ۸:۰۰	۲۱۰
۸	D3 تحلیل داده ۳	۱۹ شهریور، ساعت ۱۴:۰۰	۳۰۰

آزمون‌های تئوری



وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های میان دوره

آزمون تئوری ۱

(۱۶ مرداد ۱۳۹۶ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۲:۳۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون ۸ سؤال دارد و زمان آن ۲۷۰ دقیقه است.
۲. به همراه سؤالات، دفترچه ی پاسخ نامه در اختیار شما قرار گرفته است. نام و نام خانوادگی خود را بر روی این دفترچه وارد کنید.
۳. در دفترچه ی پاسخ نامه، پاسخ هر سؤال را در برگه ی مربوط به همان سؤال بنویسید.
۴. استفاده از ماشین حساب **CASIO fx - 82MS** مجاز است.
۵. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار	کمیت
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$	G ثابت جهانی گرانش
$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c سرعت نور
$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h ثابت پلانک
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k ثابت بولتزمن
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ ثابت استفان-بولتزمن
$1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$	eV الکترون ولت
$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_H جرم اتم هیدروژن
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	pc پارسک
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	ly سال نوری
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	L_{\odot} درخشندگی خورشید
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	M_{\odot} جرم خورشید
$6.96 \times 10^8 \text{ m}$	R_{\odot} شعاع خورشید
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	M_{\oplus} جرم زمین
6378 km	R_{\oplus} شعاع زمین
23.5°	تمایل محوری زمین
$1 R_{\oplus}$	R_{wd} شعاع کوتوله ی سفید نوعی
10 km	R_{ns} شعاع ستاره ی نوترونی نوعی
$67 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	H_0 ثابت هابل
2.73 K	دمای تابش زمینه ی کیهانی

سؤال ۱ (۱۵ نمره)

معادله‌ی یک موج عرضی به صورت $y = 0.15 \sin(0.79x - 13t)$ است که در آن x و y بر حسب متر و t بر حسب ثانیه است.

الف) مقدار جابه‌جایی (y) را در مکان $x = 2.3 \text{ m}$ و زمان $t = 0.16 \text{ s}$ به دست آورید.

موج دیگری به این موج افزوده می‌شود و یک موج ایستاده ایجاد می‌کند.

ب) مقادیر y_m ، k و ω را برای موج ایستاده‌ی به‌وجود آمده محاسبه کنید.

ج) در شرایط جدید، جابه‌جایی (y) در همان موقعیت قسمت «الف» چه قدر خواهد بود؟

سؤال ۲ (۳۰ نمره)

در این مسئله فرض می‌کنیم کیهان، تخت و ماده-غالب است. می‌دانیم معادلات تحوّل کیهان عبارت اند از:

جدول ۱

عنوان	رابطه
معادله‌ی پیوستگی	$d\rho + 3\frac{da}{a}\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right) = 0$
معادله‌ی اوّل فریدمان	$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{\Lambda\pi G}{3}\rho - \frac{kc^2}{a^2}$
معادله‌ی دوّم فریدمان	$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3P}{c^2}\right)$
چگالی بحرانی کیهان	$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G}$
متریک رابرتسون-واکر	$ds^2 = -c^2 dt^2 + a_{(t)}^2 [d\chi^2 + \chi^2 d\Omega^2]$
رابطه‌ی قرمزگرایی در زمان حال با ضریب مقیاس زمان تابش	$1 + z = \frac{1}{a}$

*** توجه کنید که به جز معادلات صفحه‌ی قبل، سایر روابط باید اثبات شوند. به روابطی که بدون اثبات نوشته شوند، نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.**

الف) رابطه‌ی $a(t)$ را به دست آورید.

دوردست‌ترین کهکشان مشاهده شده، کهکشان GN-z11 است که در قرمزگرایی $z = 11/1$ قرار دارد. فرض کنید نور این کهکشان که در زمان t_e ساطع شده است، در زمان حال (t_0) به ما رسیده است.

ب) رابطه‌ی فاصله‌ی فیزیکی ($d_p = a\chi$) این کهکشان از ما را بر حسب t_0 و t_e به دست آورید.

ج) رابطه‌ی قرمزگرایی این کهکشان را بر حسب t_0 و t_e به دست آورید.

د) سنّ کیهان در زمان t_e ، چند برابر t_0 بوده است؟

ه) ابتدا رابطه‌ی فاصله‌ی فیزیکی این کهکشان از ما را بر حسب z و H_0 بنویسید. سپس مقدار عددی آن را بر حسب مگاپارسک به دست آورید.

و) رابطه‌ای برای سرعت دور شدن کهکشان از ما (v_p) بر حسب z و سرعت نور (c) به دست آورده و مقدار عددی آن را در زمان t_0 بر حسب c محاسبه کنید.

فرض کنید کهکشان کروی شکل است و قطر آن در زمان t_e برابر با w است. هم‌چنین فرض کنید این ساختار به قدری بزرگ است که در انبساط کیهانی شرکت می‌کند.

ز) رابطه‌ی قطر زاویه‌ای کهکشان (θ) را از دید ناظر زمینی بر حسب w ، z ، H_0 و c به دست آورید و آن را با اندازه‌ی زاویه‌ای یک دایره به قطر w در فضای اقلیدسی ایستا (بدون انبساط) که در فاصله‌ی فیزیکی امروزی کهکشان قرار دارد، مقایسه کنید.

راهنمایی: فاصله‌ی فیزیکی را در قسمت «ب» محاسبه کردید.

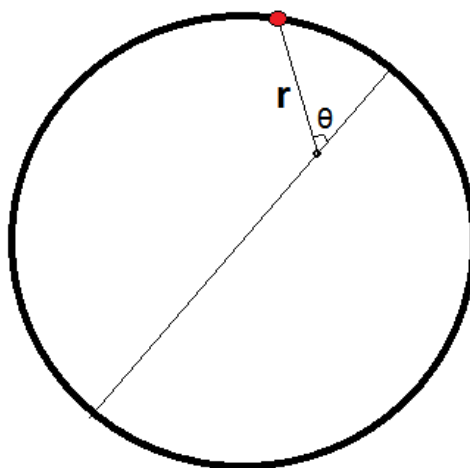
ح) نمودار θ بر حسب z را رسم کرده و تعیین کنید در کدام z مقدار θ برای یک کهکشان با قطر w کمینه است؟

فرض کنید در زمان t_e کهکشان با توان P به صورت متقارن و در همه‌ی جهات تابش می‌کرده است.

ط) رابطه‌ی شار دریافتی ($\frac{\text{انرژی}}{\text{سطح} \times \text{زمان}}$) کهکشان (F) را در زمان حال بر حسب P ، z ، H_0 و c به دست آورید.

سؤال ۳ (۴۰ نمره)

دانشمندان در آزمایشگاه‌های پیشرفته موفق به کشف میدان نیرویی شده‌اند که باعث شده جسمی به جرم $m = ۳ \text{ kg}$ در مسیری دایره‌ای به شعاع $R = ۴ \text{ m}$ با دوره‌ی تناوب $T = ۱ \text{ min}$ حرکت کند. با توجه به شواهدی که از نحوه‌ی حرکت این جسم روی این مسیر دایره‌ای به دست آمده، دانشمندان حدس می‌زنند که این نیرو، نیروی مرکزی است و مرکز این نیرو نقطه‌ای به فاصله‌ی ۲ متر از مرکز دایره است. در حل این مساله فرض می‌کنیم که حدس دانشمندان درست است.



شکل ۱

مبدأ مختصات قطبی را روی مرکز نیرو فرض کنید و راستای حضیض (نزدیک ترین فاصله‌ی جسم تا مرکز نیرو) را مبدأ زاویه در نظر بگیرید.

الف) رابطه‌ی فاصله‌ی جسم تا مبدأ (r) بر حسب زاویه (θ) را محاسبه کنید.

ب) اندازه‌ی تکانه‌ی زاویه‌ای این جسم را در دستگاه مرکز نیرو بیابید.

ج) رابطه‌ای برای مدت زمانی (t) که طول می‌کشد این جسم از حضیض به زاویه‌ی θ برسد بر حسب θ بیابید.

د) رابطه‌ای برای اندازه‌ی سرعت جسم بر حسب فاصله‌ی جسم تا مرکز نیرو (r) بیابید و اندازه‌ی سرعت را هنگامی که جسم در فاصله‌ی ۵ متری از مرکز نیرو است محاسبه کنید.

راهنمایی: می‌توانید مؤلفه‌های شعاعی و مماسی سرعت را محاسبه کنید و با توجه به آن‌ها اندازه‌ی سرعت را بیابید.

ه) تابعیت این نیرو بر حسب فاصله‌ی جسم تا مرکز نیرو را محاسبه کنید.

سؤال ۴ (۲۵ نمره)

در یک مدل ساده برای ستاره‌های تپنده، می‌توان طولانی‌ترین دوره‌ی تپش را به صورت یک موج طولی ایستاده در امتداد شعاع ستاره در نظر گرفت.

الف) انتظار ما چیست؟ مرکز ستاره باید گره باشد یا شکم؟

ب) طولانی‌ترین دوره‌ی تناوب نوسان‌های کوچک را بر حسب پارامترهای ستاره و سرعت انتشار صوت در داخل ستاره (v) به دست آورید.

ج) جدول زیر، مقدار ضریب فشردگی (B) را برای ستاره‌های مختلف نشان می‌دهد.

جدول ۲ - ضریب فشردگی ستارگان مختلف

B (Pa)	نوع ستاره
10^{15}	ستاره‌ی خورشیدگون (\odot)
10^{22}	کوتوله‌ی سفید (wd)
10^{33}	ستاره‌ی نوترونی (ns)

دوره‌ی نوسان (T) هر کدام از ستاره‌ها را محاسبه کنید.

* تمام فرض‌های خود را در پاسخ‌نامه و در کادر مربوط به فرض‌ها بنویسید.

سؤال ۵ (۵۰ نمره)

برج میلاد (با ارتفاع ۴۳۵ متر) در موقعیت جغرافیایی $35^{\circ} 45' N$, $51^{\circ} 22' E$ قرار گرفته است. تصویر پیوست شده، یک عکس ماهواره‌ای از برج میلاد است. در این تصویر راستای شمال و مقیاس زاویه‌ای مشخص شده‌اند. فاصله‌ی ماهواره تا پای برج میلاد در لحظه‌ی عکاسی ۳۶۱/۱ کیلومتر است. سطح زیر برج را بدون ناهمواری فرض کنید.

در لحظه‌ی عکاسی:

الف) فاصله‌ی ماهواره از مرکز زمین چند کیلومتر است؟

ب) سمت و ارتفاع خورشید چند درجه است؟

سؤال ۶ (۴۰ نمره)

سیاره‌ای فراخورشیدی به دور ستاره‌ای در حال گردش است. این سیاره دارای حلقه‌ای با جرم یک‌نواخت و ضخامت ناچیز است که همواره در صفحه‌ی استوای سیاره قرار دارد. جهت چرخش حلقه‌ها و حرکت وضعی سیاره یکسان است. اطلاعات این منظومه‌ی تک‌سیاره‌ای در جدول زیر قابل مشاهده است.

جدول ۳

مقدار	کمیت
$2 \times 10^{11} \text{ m}$	r فاصله‌ی سیاره تا ستاره
$5 \times 10^{30} \text{ kg}$	M جرم ستاره
$8 \times 10^{25} \text{ kg}$	m_p جرم سیاره
$2 \times 10^{24} \text{ kg}$	m جرم حلقه
$4 \times 10^7 \text{ m}$	R شعاع سیاره
$8 \times 10^7 \text{ m}$	R_1 شعاع داخلی حلقه
$12 \times 10^7 \text{ m}$	R_2 شعاع خارجی حلقه
$8 \times 10^7 \text{ s}$	T دوره‌ی تناوب وضعی سیاره
4.0°	i زاویه‌ی میل استوای سیاره نسبت به صفحه‌ی مدار آن
.	e_p پخی سیاره

الف) اندازه‌ی تکانه‌ی زاویه‌ای ناشی از حرکت وضعی سیاره و حرکت حلقه‌ها را محاسبه کنید.

در قسمت بعد می‌توانید فاصله‌ی حلقه تا سیاره را در مقابل فاصله‌ی ستاره تا سیاره کوچک در نظر بگیرید و تا اولین مرتبه‌ی غیر صفر تقریب بزنید.

ب) اثبات کنید که اندازه‌ی بیشینه‌ی گشتاور وارد شده به سیستم سیاره-حلقه از جانب ستاره طی یک دوره‌ی تناوب انتقالی از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$|\vec{\tau}_{max}| = \frac{3}{8} \frac{GMm}{r^3} (R_2^2 + R_1^2) \sin(2i)$$

راهنمایی: برای هر عدد حقیقی n و $1 \ll \varepsilon$ داریم: $(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon$

جهت این گشتاور را با رسم شکل مناسب نشان دهید.

(ج) با فرض این که گشتاور میانگین وارد شده به حلقه ها طی یک دوره ی تناوب انتقالی نصف مقدار بیشینه است، دوره ی تناوب حرکت تقدیمی سیاره را بیابید.

(د) پس از گذشت زمان ۷۰۰ سال زمینی از دید ناظرهای روی این سیاره، قطب شمال سماوی نسبت به موقعیت اولیه ی خود چند درجه در آسمان جابه جا شده است؟

سؤال ۷ (۳۰ نمره)

از میان ذرات موجود در کیهان، نوترینوها (ν)، الکترون ها (e^-) و میون ها (μ^-) به همراه پادذره هایشان ($\bar{\nu}$ ، e^+ و μ^+) از نوع ذرات فرمیون هستند و فوتون ها (γ) از نوع بوزون هستند. هم چنین می دانیم در طبیعت ۳ نوع نوترینو وجود دارد که هر کدام پادذره ی مربوط به خودش را دارد.

چگالی انرژی گاز نسبیتی فرمیونی (زیروند f) و گاز نسبیتی بوزونی (زیروند b) از روابط زیر به دست می آید

$$\rho_f c^2 = \frac{7\pi^2}{15} g \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3}, \quad \rho_b c^2 = \frac{\pi^2}{15} g \frac{(kT)^4}{(\hbar c)^3}$$

g درجه ی آزادی است. جدول زیر، مقدار آن را برای ذرات مختلف نشان می دهد.

جدول ۴ - مقدار درجه ی آزادی برای ذرات مختلف

g	ذره
۲	الکترون (e^-)
۲	میون (μ^-)
۱	نوترینو (ν)
۲	فوتون (γ)

برای پادذره ها نیز g همین مقادیر را دارد.

دمای امروزی نوترینوها و تابش زمینه ی کیهانی با رابطه ی زیر به هم مربوط هستند

$$T_{\nu,0} = \left(\frac{4}{11}\right)^{\frac{1}{3}} T_{\gamma,0}$$

الف) اگر چگالی تابش (ρ_r) را برابر با مجموع سهم فوتون‌ها و نوترینوها در نظر بگیریم، مقدار چگالی تابش در زمان حال ($\rho_{r,0}$) چه قدر است؟

ب) کل انرژی تابش زمینه‌ی موجود در کیهان (E_{rad}) را محاسبه کنید. تخمین بزنید کل ستاره‌های موجود در کیهان امروزی چه مدت باید تابش کنند تا میزان کل انرژی تابش شده برابر با E_{rad} شود؟

فرض کنید در دمای $T_1 = 150 \text{ MeV}$ ضریب مقیاس برابر با a_1 بوده و کیهان از $\mu^\pm, e^\pm, \nu, \bar{\nu}$ و γ تشکیل شده باشد. در دمای $T_2 = 10 \text{ MeV}$ که ضریب مقیاس a_2 بوده است، μ^\pm ‌ها نابود شده‌اند.

ج) با فرض پایسته بودن آنتروپی در حین انبساط عالم، مقدار a_2/a_1 چه قدر است؟

راهنمایی: چگالی آنتروپی برای بوزون‌ها و فرمیون‌ها عبارت‌اند از

$$s_f \propto \frac{7}{8} \frac{4\pi^2}{3^3} g T^3, \quad s_b \propto \frac{4\pi^2}{3^3} g T^3$$

سؤال ۸ (۳۰ نمره)

در این مسئله می‌خواهیم روند رشد اختلالات چگالی ماده (ρ_m) با زمان را برای عالم‌های مختلف بررسی کنیم. معادله‌ای که رشد ناهمگنی را با زمان تعیین می‌کند، عبارت است از

$$\ddot{\delta} + 2H\dot{\delta} = 4\pi G\rho_m\delta$$

که $\delta = \Delta\rho/\bar{\rho}$ تباین چگالی است. $\bar{\rho}$ چگالی متوسط و $\Delta\rho = \rho - \bar{\rho}$ است.

الف) تابعیت $\delta(t)$ را برای کیهان تخت در سه حالت زیر به دست آورید.

(iii) Λ -غالب (دوسيته)

(ii) ماده-غالب

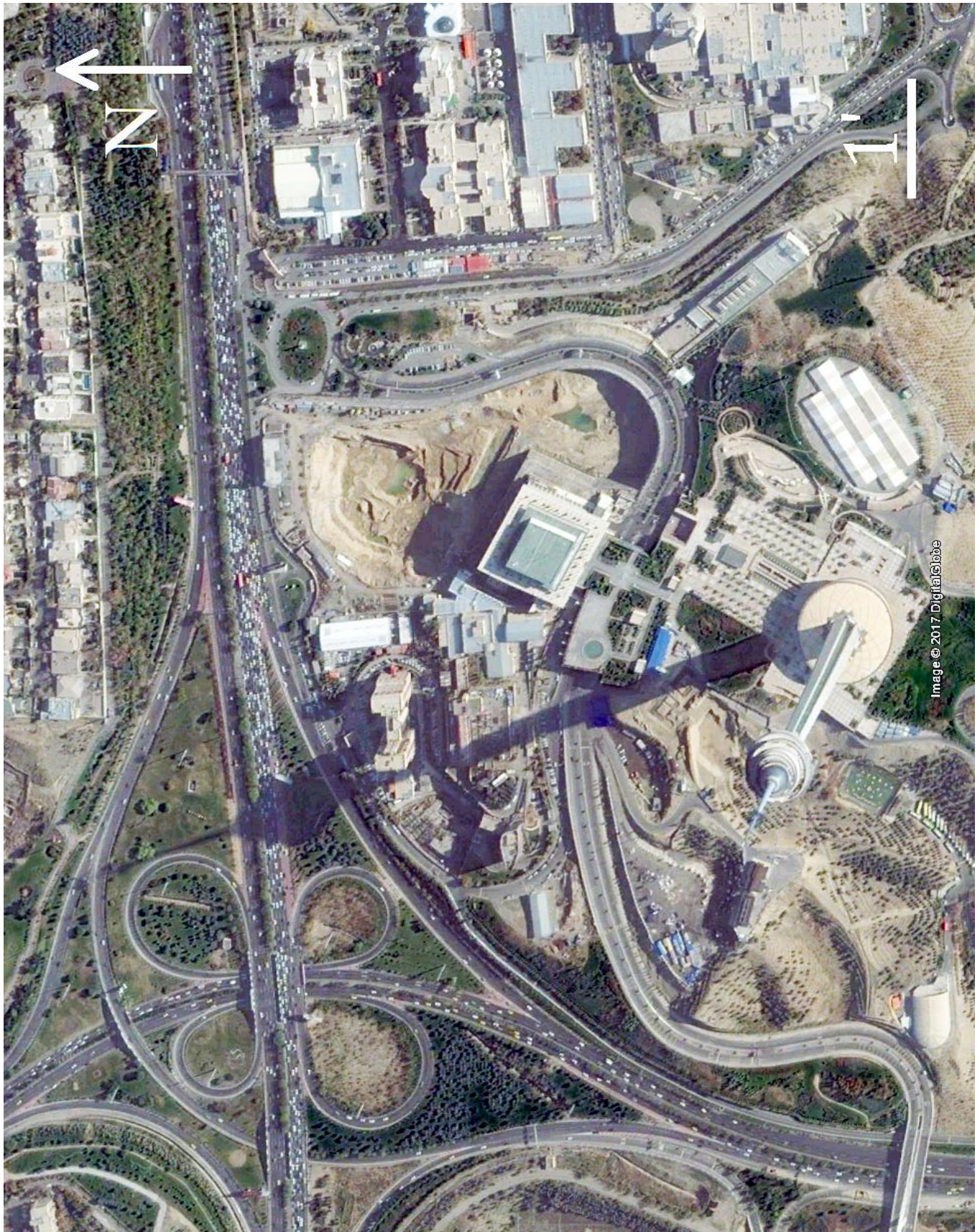
(i) تابش-غالب

راهنمایی: در صورت نیاز، می‌توانید جواب‌های معادله‌ی دیفرانسیل را به صورت $\delta(t) \propto t^n$ در نظر بگیرید. در صورتی که برای یک معادله دو مقدار n_1 و n_2 به دست آمد، جواب نهایی ترکیب خطی این دو جواب است؛ یعنی

$$\delta(t) = A t^{n_1} + B t^{n_2}$$

ب) در کدام یک از حالت‌های بالا رشد ساختارها سریع‌تر است؟

شکل سؤال ۵: عکس ماهواره ای از برج میلاد





وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های پایان دوره

آزمون تئوری ۲

(۱۶ شهریور ۱۳۹۶ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۱:۳۰)

توضیحات مهم:

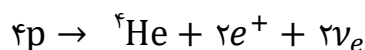
۱. این آزمون ۶ سؤال دارد و زمان آن ۲۱۰ دقیقه است.
۲. به همراه سؤالات، دفترچه ی پاسخ نامه در اختیار شما قرار گرفته است. نام و نام خانوادگی خود را بر روی این دفترچه وارد کنید.
۳. در دفترچه ی پاسخ نامه، پاسخ هر سؤال را در برگی مربوط به همان سؤال بنویسید.
۴. استفاده از ماشین حساب **CASIO fx-82MS** مجاز است.
۵. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار	کمیت
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$	G ثابت جهانی گرانش
$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c سرعت نور
$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h ثابت پلانک
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k ثابت بولتزمن
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ ثابت استفان-بولتزمن
$1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$	eV الکترون ولت
$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_H جرم اتم هیدروژن
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	pc پارسک
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	ly سال نوری
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	L_{\odot} درخشندگی خورشید
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	M_{\odot} جرم خورشید
$6.96 \times 10^8 \text{ m}$	R_{\odot} شعاع خورشید
$1.90 \times 10^{27} \text{ kg}$	M_J جرم مشتری
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	M_{\oplus} جرم زمین
6378 km	R_{\oplus} شعاع زمین
$21.4^{\circ} N$	عرض جغرافیایی مکه
$39.9^{\circ} E$	طول جغرافیایی مکه
62.6°	انحراف صفحه ی کهکشان راه شیری از استوای سماوی

سؤال ۱ (۱۵ نمره)

الف) چند درصد از پروتون‌های ستاره‌ای به جرم $M = ۵ M_{\odot}$ در طول عمر ستاره تبدیل به هلیوم می‌شود؟ فرض کنید ستاره در لحظه‌ی شروع زندگی فقط از هیدروژن تشکیل شده است و طی فرایند زیر هیدروژن‌ها تبدیل به هلیوم می‌شوند.

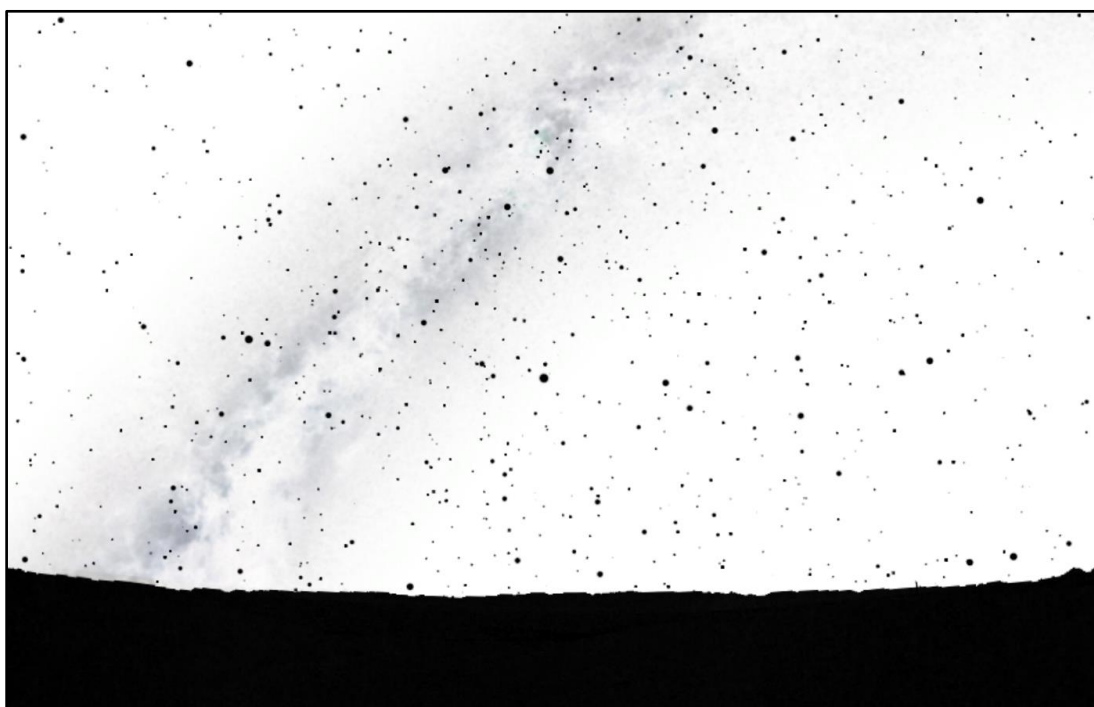


در این فرایند $25/7 \text{ MeV}$ انرژی آزاد می‌شود که تقریباً 4 MeV مربوط به انرژی نوترینوها است. فرض کنید رابطه‌ی جرم-درخشندگی به صورت $L \propto M^3$ است.

ب) محاسبه‌ی فوق را برای ستاره‌ای به جرم خورشید تکرار کرده و نتیجه را با قسمت الف مقایسه کنید.

سؤال ۲ (۳۵ نمره)

گذشتگان ما همواره نگاه ویژه‌ای به آسمان داشتند و سعی می‌کردند باورهای خود را به پدیده‌های آسمانی گره بزنند. یکی از قابل توجه‌ترین پدیده‌هایی که در آسمان دیده می‌شود، نوار کهکشان راه شیری است.



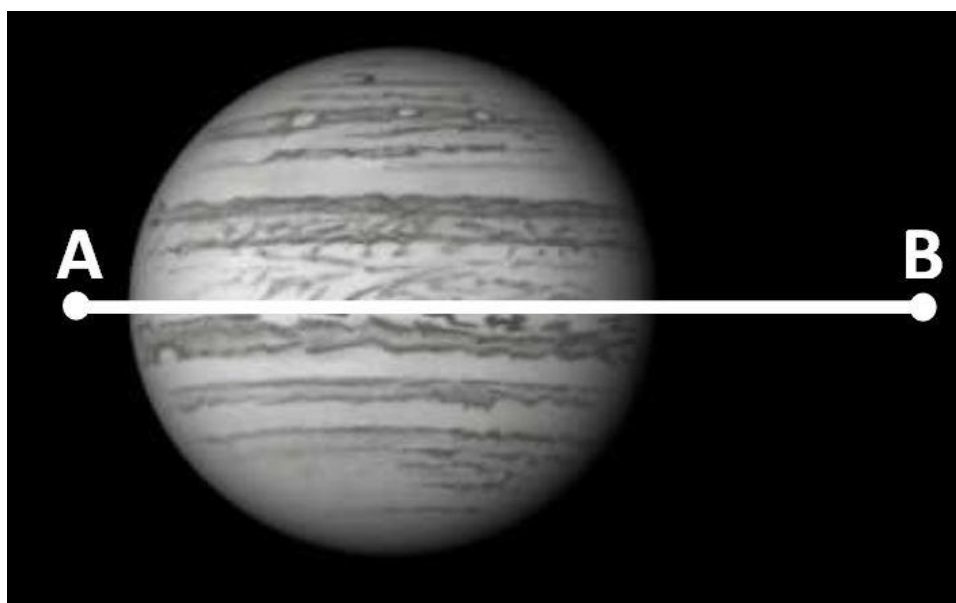
شکل ۱ (این شکل کاربردی در حل مسئله ندارد.)

طبق یک باور قدیمی، محل تقاطع نوار کهکشان راه شیری با افق، نمایانگر جهت قبله است. در شهر تهران با مختصات جغرافیایی $\varphi = 35/7^\circ \text{ N}, l = 51/4^\circ \text{ E}$ احتمال این که در طول یک شبانه روز زمینی تقاطع استوای راه شیری با افق با دقت $\pm 15^\circ$ به سمت قبله باشد، چه قدر است؟

سؤال ۳ (۶۰ نمره)

ماهواره‌ای برای اکتشاف فضایی به نزدیکی مشتری فرستاده می‌شود. این ماهواره در هر لحظه فاصله‌ی خود از مرکز مشتری را به همراه تصاویری از سطح مشتری برای دانشمندان زمینی می‌فرستد. در اثر یک اتفاق تکه‌ای سنگ به فرستنده‌ی این ماهواره برخورد می‌کند و مدار ماهواره حول مشتری عوض می‌شود و فرستنده نیز از کار می‌افتد. یکی از دانشمندان که در همان زمان مشغول مشاهده‌ی ماهواره از داخل تلسکوپ بوده است، پس از برخورد مشاهده می‌کند که این ماهواره روی یک پاره‌خط متناوباً جابه‌جا می‌شود. این دانشمند در گزارش‌های خود شکل شماتیک زیر را برای نشان دادن نحوه‌ی حرکت ماهواره رسم می‌کند.

توجه: شکل صرفاً برای روشن شدن صورت مسئله است و اندازه‌ها و ابعاد روی آن ارزشی ندارد.



شکل ۲

در این شکل ماهواره بین نقاط A و B جابه‌جا می‌شود. در اطلاعات ثبت شده توسط این دانشمند آمده است که مدت زمانی که طول می‌کشد این ماهواره از A به B برسد (از جلوی مشتری رد می‌شود) ۱۵۵ دقیقه است و مدت زمانی که طول می‌کشد ماهواره از B به A برسد (از پشت مشتری رد می‌شود) ۱۱۵ دقیقه است. هم‌چنین در این اطلاعات ذکر شده است که در لحظه‌ی برخورد سنگ با ماهواره، ماهواره دقیقاً روی نقطه‌ی A قرار داشته است و آخرین اطلاعاتی که فرستنده به زمین می‌فرستد بیان می‌کند که در لحظه‌ی برخورد، فاصله‌ی ماهواره تا مرکز مشتری ۹۰ هزار کیلومتر بوده است.

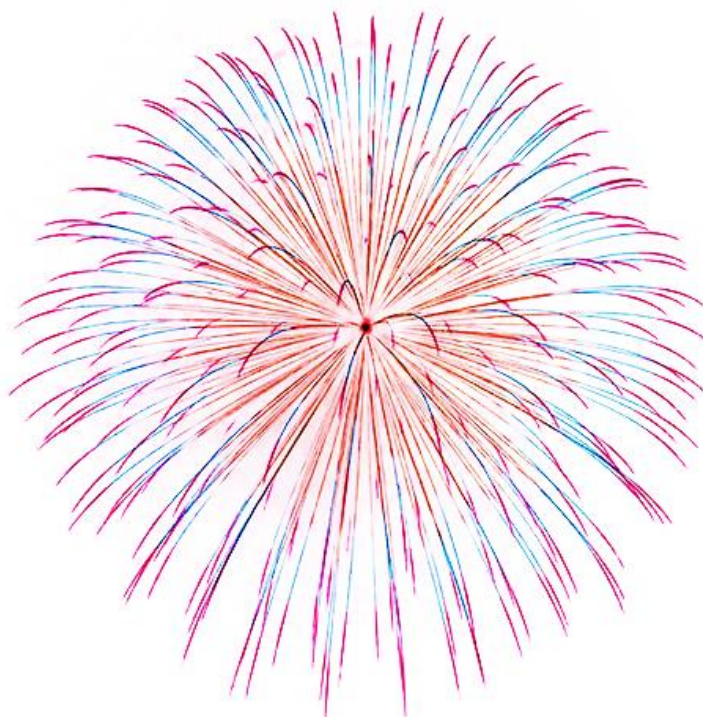
فرض کنید در مدت زمانی که دانشمند مشغول رصد است موقعیت زمین و مشتری در فضا تغییر چندانی نمی‌کند و فاصله‌ی زمین تا مشتری بسیار بزرگ‌تر از فاصله‌ی ماهواره تا مشتری است.

الف) نیم قطر بزرگ (a) و خروج از مرکز (e) مدار این ماهواره را بیابید.

ب) شکل شماتیک رسم شده توسط این دانشمند کاملاً دقیق نیست. اگر این دانشمند شکل را دقیق رسم می‌کرد، نسبت فاصله‌ی نقطه‌ی A تا مرکز مشتری روی شکل به فاصله‌ی B تا مرکز مشتری روی شکل چه قدر باید می‌شد؟

سؤال ۴: گل آتش در مراسم شادی (۴۵ نمره)

یک گل آتش^۱ شامل تعداد بسیار زیادی از ذرات تقریباً یکسان است که در یک گلوله‌ی اصلی قرار گرفته‌اند. در جشن‌ها و مراسم‌ها، گل آتش به صورت عمودی به هوا پرتاب می‌شود و وقتی به نقطه‌ی اوج خود می‌رسد، منفجر شده و ذرات داخل آن با سرعت‌های اولیه‌ی یکسان و به صورت متقارن در تمامی جهت‌ها پراکنده می‌شوند.



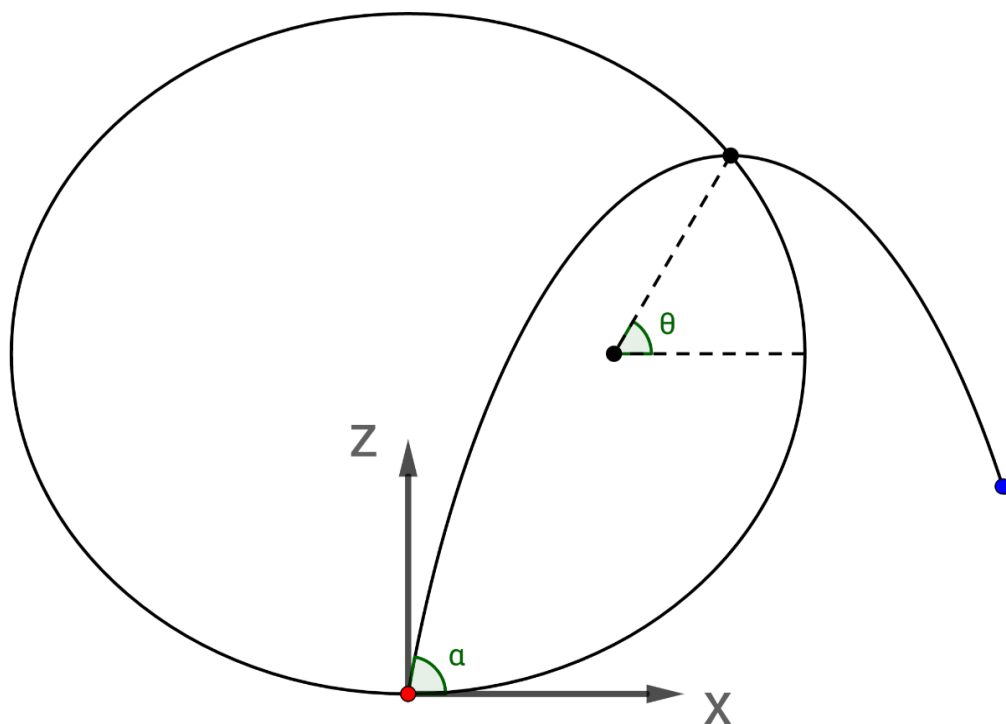
شکل ۳ - ذرات یک گل آتش، لحظاتی پس از انفجار

دستگاه مختصات به مبدأ نقطه‌ی انفجار در نظر بگیرید که صفحه‌ی xy آن موازی با افق و محور z آن رو به بالا است. ذراتی که در لحظه‌ی انفجار گل آتش در راستای y سرعت ندارند و سرعتشان در راستای z مثبت است را در نظر بگیرید.

الف) نشان دهید مکان هندسی نقاط اوج این ذرات یک بیضی است.

ب) نیم قطر بزرگ (a) و خروج از مرکز (e) این بیضی را محاسبه کنید.

ج) یک رابطه‌ی صریح برای زاویه‌ی پرتابه^۱ (α) بر حسب زاویه‌ی حضیضی^۲ (θ) در بیضی فوق به دست آورید.



شکل ۴ - نحوه‌ی اندازه‌گیری α و θ برای یک ذره از گل آتش

د) ذره‌ای را در نظر بگیرید که اندازه‌ی برد آن (روی محور x) بیشینه است. زوایای پرتابه و حضیضی را برای این ذره به دست آورید. مقدار این زوایا برای ذره‌ای که اندازه‌ی برد آن کمینه است چه قدر است؟

ه) مکان هندسی ذرات گل آتش در یک لحظه (نقاط هم‌زمان) را به دست آورید.

و) نتیجه‌ی قسمت «ه» را توصیف فیزیکی کنید.

^۱ به زاویه‌ی مسیر جسم با صفحه‌ی افق در لحظه‌ی پرتاب، زاویه‌ی پرتابه گفته می‌شود.

^۲ True Anomaly

سؤال ۵ (۲۵ نمره)

فیلتر فابری-پرو متشکل از دو نیم‌آینه است که به فاصله‌ی d از یک‌دیگر قرار گرفته‌اند و فضای بین آن‌ها با ماده‌ای با ضریب شکست n پر شده است. بین دو آینه، درصد بازتاب خیلی بیشتر از درصد عبور است. ضریب شکست محیط بیرون برابر یک است. این فیلتر را مقابل نور یک ستاره قرار می‌دهیم.

الف) اگر پرتوی فرودی کاملاً عمود بر فیلتر تابانده شود، طول موج خروجی (λ_{out}) چه قدر است؟

ب) اگر پرتوی فرودی با زاویه‌ی تمایل θ از خط عمود بر فیلتر، به آن تابانده شود، طول موج خروجی بر حسب پارامترهای داده شده چه خواهد شد؟

ج) مزیت مایل تاباندن پرتو به فیلتر چیست؟

سؤال ۶ (۳۰ نمره)

فرض کنید در ستاره دو منبع اصلی برای فشار وجود دارد؛ یکی فشار گاز ایده‌آل و دیگری فشار تبهگنی ذرات غیرنسبیتی.

$$P_c = \frac{\rho k T}{\mu m_H} + K \rho^{\frac{5}{3}}$$

الف) در ستاره‌ای به جرم M و چگالی ثابت، با استفاده از تعادل هیدروستاتیک رابطه‌ی $P_c(M, \rho_c)$ را به دست آورید.

ب) دمای مرکز ستاره (T_c) را بر حسب چگالی مرکز (ρ_c) به دست آورید.

ج) در ستاره‌هایی با جرم M ، بیشینه‌ی دمای مرکزی برای چه ستاره‌ای رخ می‌دهد؟

د) فرض کنید یک ستاره تماماً از هلیوم تشکیل شده باشد. حداقل جرم ستاره برای فعال شدن هم‌جوشی در هسته‌ی هلیومی $3 M_{\odot}$ است. مقدار ثابت K را تعیین کنید. فرض کنید $10^{17} \text{ g/cm}^3 = P_c$ است.



وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های پایان دوره

آزمون تئوری ۳

(۱۷ شهریور ۱۳۹۶ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۱:۳۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون ۶ سؤال دارد و زمان آن ۲۱۰ دقیقه است.
۲. به همراه سؤالات، دفترچه ی پاسخ نامه در اختیار شما قرار گرفته است. نام و نام خانوادگی خود را بر روی این دفترچه وارد کنید.
۳. در دفترچه ی پاسخ نامه، پاسخ هر سؤال را در برگه ی مربوط به همان سؤال بنویسید.
۴. استفاده از ماشین حساب **CASIO fx-82MS** مجاز است.
۵. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار	کمیت
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$	G ثابت جهانی گرانش
$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c سرعت نور
$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h ثابت پلانک
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k ثابت بولتزمن
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ ثابت استفان-بولتزمن
$1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$	eV الکترون ولت
$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_H جرم اتم هیدروژن
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	pc پارسک
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	ly سال نوری
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	L_{\odot} درخشندگی خورشید
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	M_{\odot} جرم خورشید
$6.96 \times 10^8 \text{ m}$	R_{\odot} شعاع خورشید
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	M_{\oplus} جرم زمین
6378 km	R_{\oplus} شعاع زمین

سؤال ۱ (۴۰ نمره)

می‌خواهیم یک عکس آنالما بگیریم. برای این کار زاویه‌ی قرارگیری دوربین را تنظیم می‌کنیم و هر n روز یک بار در یک ساعت مشخص، تصویری از قرص خورشید می‌گیریم. می‌خواهیم در هیچ جای تصویر، دو قرص پیاپی خورشید روی هم نیفتند. برای این منظور n حداقل چه قدر می‌تواند باشد؟

توجه: تصویر نمودار تعدیل زمان در پیوست آزمون داده شده است.

سؤال ۲ (۲۰ نمره)

مشاهدات نشان می‌دهد که فلزیت کهکشان‌ها با کسر جرمی گاز موجود در آن‌ها مرتبط است. به محض تشکیل ستاره‌ها در کهکشان، ستاره‌های سنگین با تحوّل سریع خود، فلز را به کهکشان باز می‌گردانند. فرض کنید در یک لحظه‌ی معین جرم گاز موجود در کهکشان M_g ، جرم فلز موجود در آن M_h و جرم ستاره‌ها M_s باشد. فلزیت به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$Z \equiv \frac{M_h}{M_g}$$

در این لحظه ستاره‌های جدیدی با مجموع جرم ΔM_s تولید می‌شوند. در اثر تحوّل این ستاره‌ها مقداری فلز جدید تولید شده و به کهکشان اضافه می‌گردد. مقدار فلز اضافه شده به کهکشان برابر با $\gamma \Delta M_s$ است که γ پارامتر بازدهی نام دارد. تابع فلزیت کهکشان بر حسب زمان، $Z(t)$ ، را بر حسب $M_g(t)$ و γ به دست آورید. فرض کنید در لحظه‌ی $t = 0$ مقدار Z صفر است.

سؤال ۳ (۳۰ نمره)

ستاره‌ای به جرم $M = 3 M_\odot$ در نظر بگیرید که در مرحله‌ی هیدروژن سوزی است و با درخشندگی $L = 80 L_\odot$ تابش می‌کند. ترکیب جرمی اولیه‌ی ستاره عبارت است از $X = 0.70$ و $Z = 0.02$. واکنش‌های هسته‌ای فقط در هسته‌ی ستاره که شامل ۱۰٪ جرم ستاره است رخ می‌دهد. آهنگ تولید انرژی در واحد جرم از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\varepsilon_{nuc} = \varepsilon_c \left(1 - \frac{m}{0.1 M} \right)$$

الف) درخشندگی را به صورت تابعی از جرم، $L(m)$ ، به دست آورده و مقدار عددی ثابت ε_c را تعیین کنید.

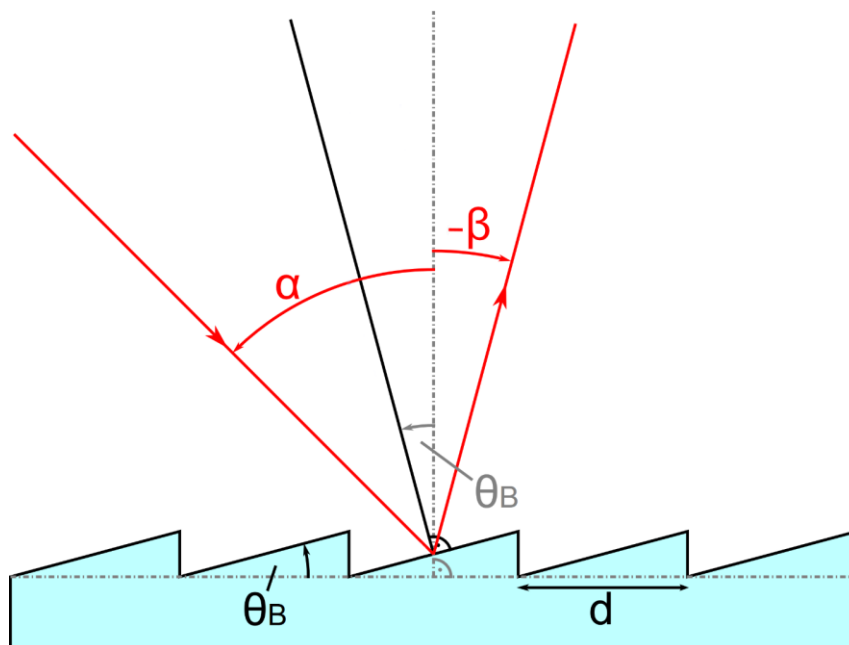
فرض کنید که فرایند انتقال انرژی، فقط از طریق تابش باشد و ترکیب شیمیایی نواحی مختلف با هم مخلوط نشود. انرژی تولید شده در واحد جرم برابر است با $Q = 6/3 \times 10^4 \text{ J/kg}$.

ب) کسر جرمی هیدروژن (X) را به صورت تابعی از جرم (m) و زمان (t) به دست آورید. مقدار X در مرکز ستاره در زمان $t = 100 \text{ Myr}$ چه قدر است؟

ج) در چه زمانی مقدار X در مرکز صفر می‌شود؟ این زمان را می‌توان معیاری برای مدّت زمان هیدروژن سوزی در ستاره قلمداد کرد.

سؤال ۴: توری پراش بلیز^۱ (۳۵ نمره)

یک توری پراش اِشِل (بلیز) از دندانه‌های کاملاً بازتاب‌کننده‌ای که به تعداد زیاد روی سطح یک زیرلایه قرار گرفته‌اند تشکیل شده است. معمولاً چون تعداد این دندانه‌ها زیاد است (از مرتبه‌ی چند صد خط بر میلی‌متر)، سطح آن‌ها دیده نمی‌شود. بنابراین خط عمود بر سطح زیرلایه به عنوان معیار سنجش زوایای تابش و بازتاب در آزمایشگاه مورد استفاده قرار می‌گیرد.



راهنمای شکل:	
α	زاویه‌ی تابش
β	زاویه‌ی بازتاب
θ_B	زاویه‌ی بلیز
λ	طول موج نور تابیده
d	اندازه‌ی هر دندانه

شکل ۱

الف) نشان دهید

$$d(\sin \alpha + \sin \beta) = m\lambda$$

که m مرتبه‌ی پراش است.

ب) وقتی یک باریکه‌ی پرتوی سفید را به توری می‌تابانیم، طیف این نور را در بازتاب از توری مشاهده می‌کنیم. تابع پخش توری پراش، به صورت $D = d\beta/d\lambda$ تعریف می‌شود. D را بر حسب کمیت‌های معرفی شده در شکل ۱ به دست آورید.

ج) شرط لیترو وقتی روی می‌دهد که $\alpha = \theta_B$ باشد. رابطه‌ی قسمت «الف» را برای شرط لیترو به دست آورید.

د) رابطه‌ی D را برای شرط لیترو به دست آورید.

ه) زاویه‌ی θ_B و D برای شرط لیترو را برای یک توری ۳۰۰ خط بر میلی‌متر در ناحیه‌ی مری به مرکز $\lambda_0 = 550 \text{ nm}$ به دست آورید.

سؤال ۵ (۴۵ نمره)

در یک منظومه‌ی دور افتاده یک سیاره داریم که جرمش دو برابر زمین است. این سیاره یک قمر دارد که جرمش 10^{21} kg و شعاع آن 550 km است. طبق نظر اغلب پژوهشگران، این قمر چگالی یکنواخت دارد و جرمش به صورت یکنواخت پخش شده است. اما در این بین، پژوهشگر مطرح، Richard D. Dusties، در می‌یابد که بر روی این قمر سه کوه بزرگ وجود دارد که نمی‌توان از آن‌ها صرف نظر کرد، ولی می‌توان این تقریب را زد که کوه‌ها به صورت جرم نقطه‌ای روی سطح قمر قرار گرفته‌اند.

این پژوهشگر دستگاه مختصات متعامدی بر روی قمر به این صورت تعریف می‌کند که مبدأ آن در مرکز قمر و محور Z آن عمود بر صفحه‌ی مداری قمر به دور سیاره است (محورهای X و Y روی صفحه‌ی مداری قمر قرار دارند). به این دستگاه مختصات، دستگاه استاندارد قمر می‌گوییم. هم‌چنین مختصات جغرافیایی روی قمر این گونه تعریف شده که صفحه‌ی $X-Y$ مبدأ عرض جغرافیایی و راستای X مبدأ طول جغرافیایی است. مختصات جغرافیایی سه کوه فوق عبارت اند از:

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi = 90^\circ \text{ N} \\ \phi = 0 \\ \phi = 0 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} l = 45^\circ \text{ W} \\ l = 15^\circ \text{ E} \end{array} \right.$$

الف) دستگاهی را بیابید که در آن ماتریس I قطری شود و I را در این دستگاه بازنویسی کنید. جرم هر کوه را $\frac{1}{8}$ جرم قمر در نظر بگیرید. (از هر روشی که می‌دانید اعم از قطری کردن یا استفاده از تقارن و یا هر روش خلاقانه‌ی دیگری می‌توانید استفاده کنید).

این پژوهشگر دریافته است که در دستگاه استاندارد قمر، بردار $\vec{\omega}$ قمر به صورت زیر است

$$\vec{\omega} = \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{bmatrix} \omega_0$$

ω_0 مقداری ثابت است.

ب) زاویه‌ی بین بردار \vec{L} و $\vec{\omega}$ را بیابید.

ج) اگر فاصله‌ی قمر تا سیاره $m \times 10^8$ باشد، آن گاه بازه‌ی ω_0 را طوری بیابید که انرژی جنبشی انتقالی و چرخشی قمر هم مرتبه شوند ($10K_{\text{انتقالی}} < K_{\text{چرخشی}} < 10K_{\text{انتقالی}}$).

سؤال ۶ (۳۰ نمره)

الف) برای یک سیال با معادله‌ی حالت $P = w\rho$ نشان دهید $\rho = \rho_0 a^{-3(1+w)}$.

راهنمایی: معادله‌ی سیال $\rho + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P) = 0$ است که در آن فرض کرده‌ایم $\hbar = c = 1$ است و ضریب مقیاس را با a نشان داده‌ایم.

ب) برای کیهان تخت حاوی ماده‌ی تاریک و انرژی تاریک، $\rho(a)$ را بر حسب $\Omega_{m,0}$ و $\rho_{c,0}$ به دست آورید.

گاز چاپلین سیالی است که در کیهان اولیّه مشابه ماده‌ی تاریک و در کیهان اخیر مانند انرژی تاریک رفتار می‌کند. معادله‌ی حالت آن به صورت

$$P = -\frac{A}{\rho^\alpha}$$

است که $A > 0$ و α ثابت هستند.

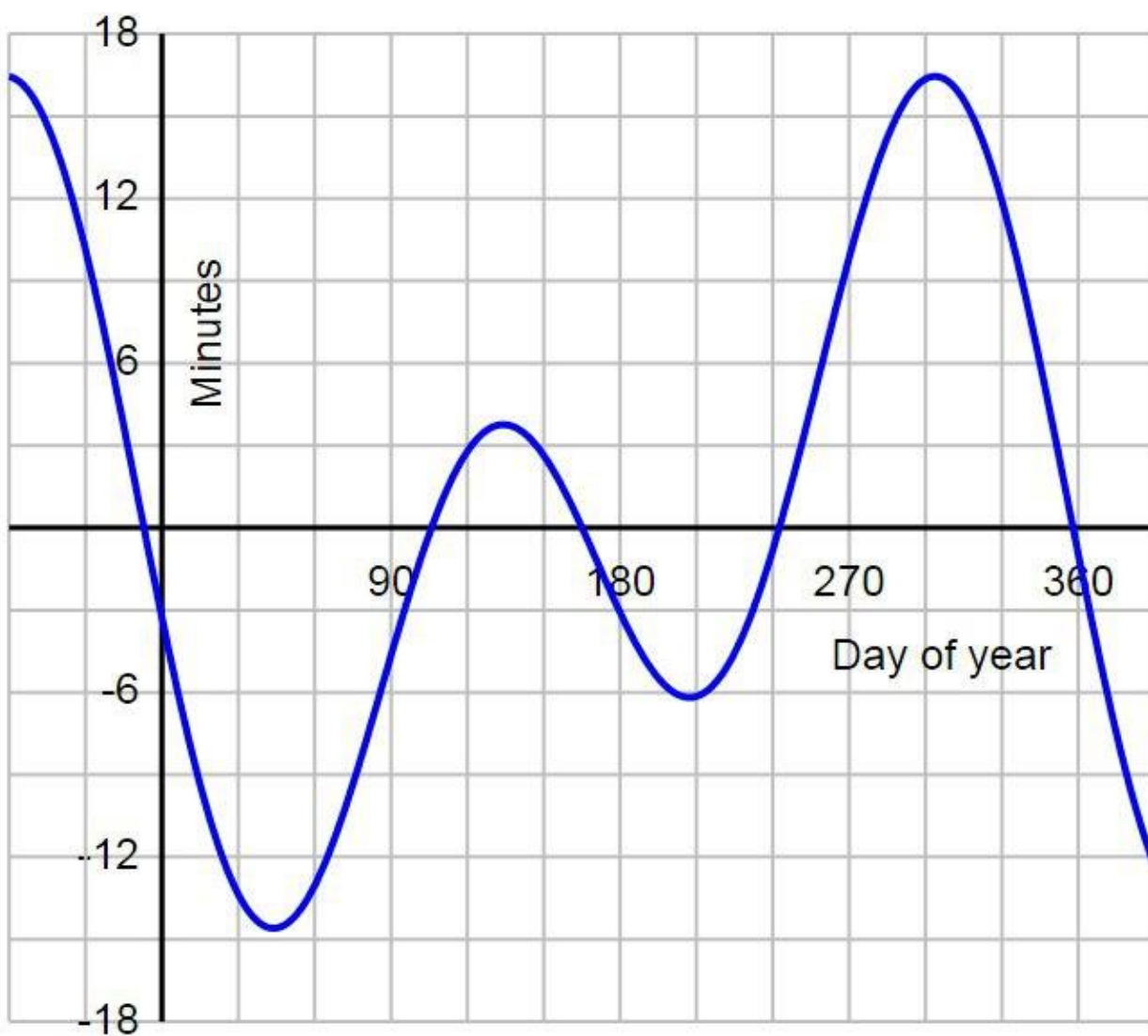
ج) برای کیهانی که فقط از گاز چاپلین تشکیل شده است، $\rho(a)$ را محاسبه کنید. فرض کنید چگالی این گاز در $a = 1$ برابر با ρ_0 باشد.

د) رفتار حدّی $\rho(a)$ برای گاز چاپلین را در حدود $a \gg 1$ و $a \ll 1$ به دست آورید و با رفتار کیهان ماده-غالب و کیهان انرژی تاریک-غالب مقایسه کنید.

ه) با تعریف دو پارامتر $\Omega_{m,*}$ و ρ_* بر حسب ثابت‌های موجود در مسئله، عبارت $\rho(a)$ قسمت «ج» را به شکل کلی $\rho(a)$ در قسمت «ب» بازنویسی کنید؛ به طوری که به جای $\Omega_{m,0}$ و $\rho_{c,0}$ از کمیت‌های $\Omega_{m,*}$ و ρ_* استفاده شود.

شکل سؤال ۱: نمودار تعدیل زمان

توجه: مبدأ زمان ($t = 0$) روز ۱۱ دی است.



آزمون‌های
تحلیل داده



وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های میان دوره

آزمون تحلیل داده ۱

(۱۵ مرداد ۱۳۹۶ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۲:۳۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون ۳ سؤال دارد و زمان آن ۲۷۰ دقیقه است.
۲. به همراه سؤالات، دفترچه ی پاسخ نامه، ۶ کاغذ رسم نمودار و چرک نویس در اختیار شما قرار گرفته است. نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی دفترچه ی پاسخ نامه وارد کنید.
۳. در دفترچه ی پاسخ نامه، پاسخ هر سؤال را در برگه ی مربوط به همان سؤال بنویسید.
۴. استفاده از ماشین حساب **CASIO fx - 82MS** مجاز است.
۵. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار	کمیت
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$	G ثابت جهانی گرانش
$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c سرعت نور
$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h ثابت پلانک
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k ثابت بولتزمن
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ ثابت استفان-بولتزمن
$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_H جرم اتم هیدروژن
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	pc پارسک
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	ly سال نوری
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	L_{\odot} درخشندگی خورشید
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	M_{\odot} جرم خورشید
$6.97 \times 10^8 \text{ m}$	R_{\odot} شعاع خورشید
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	M_{\oplus} جرم زمین
6378 km	R_{\oplus} شعاع زمین
$365/25$ روز	دوره ی تناوب انتقالی زمین
$23/5^{\circ}$	تمایل محوری زمین
$51/5^{\circ} E$	طول جغرافیایی تهران

سؤال ۱: تحوّل کوتوله‌های سفید (۱۳۰ نمره)

ستارگانی که در زمان رشته‌ی اصلی جرمشان از ۱۰ برابر جرم خورشید کمتر باشد، همگی به کوتوله‌های سفید تبدیل می‌شوند. در این دوره، الکترون‌های درون ستاره تبهگن شده و فشار ناشی از آنها وظیفه‌ی مقابله با گرانش ستاره را بر عهده دارد. در یک مدل ساده، فرض می‌کنیم کوتوله‌های سفید از دو لایه تشکیل شده باشند. لایه‌ی اول جایی است که در آن فشار تبهگنی غالب است. لایه‌ی دوم، لایه‌ی نازکی در نزدیکی سطح ستاره است که به دلیل دمای بالا، کاملاً یونیزه است و فشار آن از فرمول گاز کامل پیروی می‌کند. شعاعی که در آن، فشار تبهگنی الکترونی لایه‌ی اول با فشار گاز کامل الکترونی لایه‌ی دوم برابر می‌شود را r_{tr} می‌نامیم و فرض می‌کنیم مرز بین لایه‌ی اول و دوم در این شعاع قرار دارد. اگر دمای ستاره در شعاع r_{tr} برابر T_{tr} باشد، انرژی گرمایی این لایه، همان انرژی‌ای است که بر اثر تابش توسط لایه‌ی خارجی کوتوله سفید به بیرون منتقل می‌شود. هم‌چنین درخشندگی کل ستاره ناشی از انرژی تولید شده تا r_{tr} است و دمای کوتوله تا شعاع r_{tr} ثابت است. می‌توان از جرم لایه‌ی دوم در مقابل لایه‌ی درونی صرف‌نظر کرد. در این سوال قصد داریم ستاره‌ی کوتوله‌ی سفید Jaguar را بررسی کنیم و منحنی درخشندگی آن را بر حسب زمان به دست آوریم. اطلاعات رصدشده از این ستاره در پیوست آورده شده است.

الف) با استفاده از تحلیل ابعادی معادلات ساختار ستاره‌ای، رابطه‌ی جرم بر حسب شعاع را برای کوتوله‌های سفید به دست آورید.

ب) در جدول ۱ جرم و شعاع چند کوتوله‌ی سفید آورده شده است. با برازش منحنی مناسب به داده‌های این جدول، جرم ستاره‌ی Jaguar را حساب کنید.

ج) نشان دهید رابطه‌ی بین L و T_{tr} به صورت زیر است.

$$L = CMT_{tr}^{3/5}$$

د) با استفاده از رابطه‌ی فوق و انرژی کل ستاره، نشان دهید که زمان بر حسب دمای ستاره به صورت زیر است.

$$\Delta t = AT_{tr}^{-2/5} + B$$

منظور از Δt ، مدت زمان گذشته از زمان تبدیل شدن ستاره به کوتوله‌ی سفید است. مقادیر رصد شده T_{tr} در Δt ‌های مختلف برای کوتوله‌ی سفید Jaguar در جدول ۳ آمده است.

ه) با برازش منحنی مناسب بر داده‌های جدول ۳، A و C را به دست آورید.

و) درخشندگی کوتوله‌ی سفید را در هر یک از زمان‌های داده‌شده در جدول ۳ محاسبه کرده و در جدول داده شده در پاسخ‌نامه یادداشت کنید.

ز) منحنی «درخشندگی برحسب زمان» را برای این کوتوله ی سفید رسم کنید (L بر حسب L_{\odot} باشد).

ح) ستاره ی کوتوله ی سفید Dragon با مشخصات پیوست شده در یک خوشه ی کروی رصد شده است. حداقل سن این خوشه ی کروی را به دست آورید.

روابط اخترفیزیکی مورد نیاز:

معادله ی حالت گاز تبهگن غیرنسبیتی:

$$P = 10^0 \times 10^{13} \left(\frac{\rho}{\mu_e} \right)^{\frac{5}{3}}$$

معادله ی چگالی بر حسب دما برای کوتوله سفید:

$$\rho = \left(\frac{2}{175} \frac{4\pi G M}{3} \frac{\mu m_H}{\kappa_0 L} \frac{1}{k} \right)^{3/5} T^{3/25}$$

انرژی کل گاز یونیزه ی غیرنسبیتی:

$$U = \frac{3}{2} NkT$$

جدول ۱ - جرم بر حسب شعاع کوتوله های سفید

#	M (kg)	R (m)
1	2.22E + 30	7.96E + 06
2	2.40E + 30	7.61E + 06
3	8.50E + 29	1.08E + 07
4	2.41E + 30	7.62E + 06
5	1.86E + 30	8.18E + 06
6	7.91E + 29	1.12E + 07
7	1.15E + 30	9.85E + 06
8	1.69E + 30	8.60E + 06
9	2.50E + 30	7.68E + 06
10	2.52E + 30	7.45E + 06

جدول ۲ - مشخصات ستاره ی Jaguar

شعاع	$0.012 R_{\odot}$
رده ی طیفی	0
\bar{m}	$4.67 m_H$

جدول ۳ - زمان گذشته از کوتوله ی سفید شدن بر حسب دما

#	Δt (Gyr)	T_{tr} (K)
1	0.1576	$2.162E + 07$
2	0.7706	$1.147E + 07$
3	0.9572	$1.060E + 07$
4	0.4854	$1.409E + 07$
5	0.6003	$1.269E + 07$
6	0.0419	$3.670E + 07$
7	0.2218	$1.889E + 07$
8	0.3515	$1.549E + 07$
9	0.7922	$1.132E + 07$
10	1.023	$9.955E + 06$

جدول ۴ - مشخصات ستاره ی Dragon

شعاع	$0.02 R_{\odot}$
L	$0.001 L_{\odot}$
\bar{m}	$4.67 m_H$

سؤال ۲: جهانگرد گم شده! (۲۵۰ نمره)

یک جهانگرد ایرانی تصمیم به گذراندن تابستان خود در نقاط شمالی کره زمین می گیرد. او در میان راه گم شده و حتی حساب روزها را از نیز دست می دهد! از آن جایی که در گذشته به نجوم علاقه داشته، سعی می کند از اطلاعات نجومی خود استفاده کند تا تاریخ و موقعیت مکانی خود را بفهمد. برای این کار، او از تقویم جیبی خود که مختصات و زمان های شرعی محلی تهران در آن آورده شده، یک متر، یک میله و ساعتش که وقت محلی تهران را نشان می دهد، استفاده می کند. او میله را عمودی در زمین فرو می کند، به طوری که ارتفاع سر میله از سطح زمین یک متر باشد. جهانگرد در زمان های مختلف، نوک سایه میله را علامت گذاری کرده و مختصات آن نقطه را در یک دستگاه مختصات گزارش می کند. مبدأ آن دستگاه مختصات روی میله، محور x آن در راستای شمال و محور y آن در راستای غرب است. داده های جهانگرد در جدول ۵ آمده است. دقت کنید ساعت ها به وقت محلی تهران است.

جدول ۵ - داده های جهانگرد

#	ساعت محلی	x (cm)	y (cm)
1	۵:۳۰	89	184
2	۷:۰۰	128	114
3	۸:۳۰	153	45
4	۱۰:۰۰	155	-18
5	۱۱:۳۰	142	-89
6	۱۳:۰۰	105	-155
7	۱۴:۳۰	42	-219
8	۱۶:۰۰	-50	-275
9	۱۷:۳۰	-192	-302
10	۱۹:۰۰	-365	-262
11	۲۰:۳۰	-514	-136
12	۲۲:۰۰	-538	65
13	۲۳:۳۰	-429	228
14	۱:۰۰	-256	296
15	۲:۳۰	-100	291
16	۴:۰۰	11	242

* تذکر مهم: در هر بخش تنها می‌توانید از نمودارهای بخش‌های قبلی استفاده کنید.

* برای بخش‌های «الف» تا «ح» نیازی به محاسبه خطا نیست.

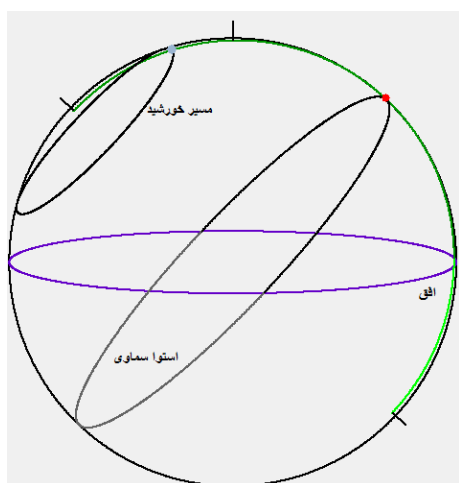
الف) طول سایه را برای هریک از زمان‌ها محاسبه کرده و در جدول داده شده در پاسخ‌نامه یادداشت کنید.

ب) مسیر نوک سایه را رسم کنید. نقطه $(0,0)$ را در مرکز نمودار قرار دهید و مبدا و محورهای دستگاه مختصات را به طور واضح مشخص کنید. برای محورهای نمودار، مقیاس یکسانی انتخاب کنید.

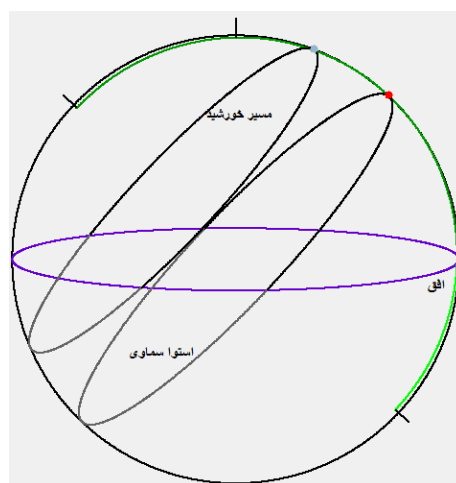
ج) استدلال کنید خم بدست آمده یک مقطع مخروطی است. با توجه به مسیر رسم شده، نوع مقطع مخروطی را مشخص کنید.

د) سمت غربی خورشید را در هریک از زمان‌ها محاسبه کرده و در جدول پاسخ‌نامه یادداشت کنید.

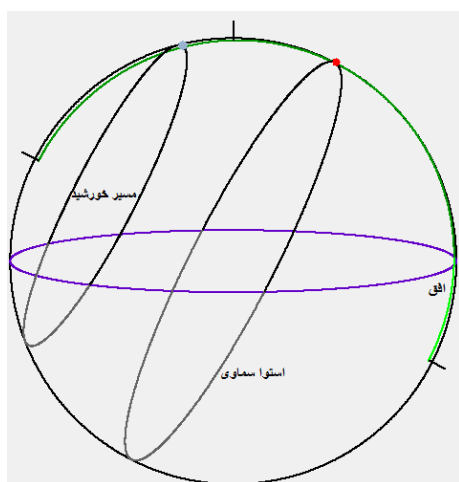
ه) مسیر خورشید در طول آن روز کدام یک از شکل‌های زیر است؟ دلیل خود را بیان کنید.



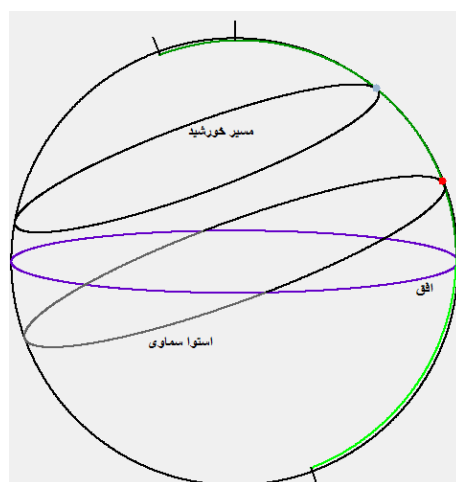
شکل ۲



شکل ۱



شکل ۴



شکل ۳

و) مقطع مخروطی مناسب را در نمودار داده‌ها رسم کنید و به کمک آن پارامترهای زیر را محاسبه کنید.

- برای هذلولی: کمترین فاصله نقطه انتهایی سایه (حیض هذلولی) از میله و زاویه مجانب هذلولی

- برای بیضی: کمترین و بیشترین فاصله نقطه انتهایی سایه از میله

ز) با استفاده از نتایج قسمت قبل، عرض جغرافیایی جهانگرد، میل خورشید و تاریخ آن روز را بیابید.

ح) نمودار طول سایه بر حسب زمان را بکشید و با رسم دستی منحنی مناسب، زمان اذان ظهر در مکان جهانگرد را بر حسب زمان محلی تهران به دست آورید.

*** در بخش‌های بعدی از خطای اذان ظهر بدست آمده در بخش «ح» صرف نظر کنید.**

ط) با استفاده از تقویم اذان ظهر به وقت محلی تهران، طول جغرافیایی جهانگرد را به دست آورید.

پس از مدتی، جهانگرد متوجه می‌شود که می‌تواند با استفاده از یک مثلث کروی خاص، با راه حل دقیق‌تری مکان خود و تاریخ را محاسبه کند.

ی) مثلث کروی مذکور چه مثلثی است؟ با نوشتن رابطه‌ی مناسب و برازش یک خط بر آن، عرض جغرافیایی جهانگرد و تاریخ را به دست آورید. (به دلیل افزایش خطا در محاسبات، در این قسمت مجاز به استفاده از اطلاعات نمودارهای کشیده شده نیستید.)

ک) خطای عرض جغرافیایی در این مرحله چقدر است؟

*** در بخش‌های بعدی سوال از خطای میل صرف نظر کنید.**

ل) با استفاده از تقویم اذان ظهر به وقت محلی تهران، طول جغرافیایی جهانگرد و خطای آن را به دست آورید.

م) یک گروه امداد و نجات می‌خواهد با استفاده از داده‌هایی که جهانگرد از روش دوم به دست آورده است او را پیدا کند. برای این که جهانگرد با احتمال بالایی پیدا شود، گروه امداد و نجات باید تا چه شعاعی اطراف مختصات داده شده را پیمایش کند؟

ن) اگر داده‌های جهانگرد از روش دوم به علت قطع شدن ارتباط به گروه امداد و نجات نرسیده باشد، گروه امداد و نجات باید تا چه شعاعی اطراف مختصات داده شده را پیمایش کند تا با احتمال بالایی جهانگرد را پیدا کند؟

راهنمایی: به قسمت «م» توجه کنید!

سؤال ۳: نظریه‌ی زبان‌شناسی موجودات فضایی (۲۰۰ نمره)

پرسش مهم مطرح شده در دنیای اکتشافات امروزی، مسئله‌ی وجود حیاتی هوشمند خارج از سیاره‌ی زمین است. تلاش‌های زیادی از حدود نیم قرن پیش برای پیدا کردن موجودات فرازمینی انجام شده اما تا به امروز دانشمندان به نتیجه‌گیری دقیقی در این باره نرسیده‌اند. در ابتدا محققان سعی داشتند پیام‌هایی از زمین به سرتاسر دنیا ارسال کنند اما امروزه رویکرد آنان تغییر کرده و دانشمندان به بررسی پالس‌هایی که توسط تلسکوپ‌ها دریافت می‌شود، مشغول‌اند تا شاید رد پایی از موجودات هوشمند کشف کنند. یکی از نظریه‌های جالب مطرح شده برای پاسخ به این پرسش، بررسی پالس‌های دریافتی از دیدگاه زبان‌شناسی است! ما در این مسئله قصد آزمایش این نظریه را داریم.

پژوهشگران با بررسی متون به جا مانده از قرن‌ها پیش تا به امروز، دریافته‌اند که توزیع فراوانی تعداد حروف استفاده شده در یک متن، تصادفی نبوده و قاعده‌مند است. یعنی اگر متنی یافتیم که شرط‌های مطرح شده‌ی ما را برقرار نکرد، می‌توانیم بگوییم که از موجود هوشمندی دریافت نشده است.

آزمون اول:

الف) در جدول ۶ فراوانی حروف در زبان روتوکاس^۱ آمده است. نمودار لگاریتمی درصد فراوانی حروف را رسم کنید.

جدول ۶ - فراوانی حروف در زبان روتوکاس

#	حرف	درصد فراوانی
1	P	17.57
2	T	10.73
3	K	9.99
4	B	9.76
5	r	9.05
6	y	8.78
7	M	8.23
8	N	7.92
9	D	6.73
10	B	4.48
11	D	4.19
12	g	2.57

^۱ روتوکاس زبان اهالی جزیره بوگنویل در شرق گینه‌ی نو است. این زبان کمترین تعداد حرف الفبا را دارد.

ب) با برازش خط مناسب، نسبت شیب به عرض از مبدأ این نمودار را به دست آورید. توجه کنید که نمودار رسم شده به صورت نزولی مرتب شده باشد.

تحقیقات نشان می‌دهد در متون معنادار، نسبت شیب به عرض از مبدأ این نمودار در بازه‌ی خاصی قرار دارد. معیار تعریف شده برای آزمون اول این است که اگر نسبت شیب به عرض از مبدأ ذکر شده برای یک متن حداکثر به مقدار ۲۵ درصد با نسبت شیب به عرض از مبدأ یک زبان معنادار (در اینجا زبان روتوکاس) تفاوت داشت، احتمال اینکه متن دریافت شده از سوی موجودی هوشمند باشد زیاد است.

نمودارهای A و B در انتهای سوال، نمودار فرکانس بر حسب زمان موج‌های دریافتی‌اند؛ هریک از نقاط شکل، یک داده‌ی ثبت شده را نشان می‌دهد. فرض کنید کمترین و بیشترین فرکانس دریافت شده، به ترتیب برابر ۸۵ و ۱۸۵ هرتز باشد. هم‌چنین تخمین می‌زنیم اگر این موج‌ها از موجودات هوشمندی مخابره شده باشد، زبان آن‌ها دارای ۷ حرف است که موج ناشی از هریک از این حروف، یک بازه فرکانسی را در بر می‌گیرد و اندازه بازه‌های فرکانسی حرف‌ها یکسان است.

ج) هریک از نمودارهای A و B را در راستای محور فرکانس به هفت بازه مساوی تقسیم کرده و تعداد نقاط درون هر بازه را در یک جدول بنویسید. فرض می‌کنیم هر بازه‌ی فرکانسی مشخص شده نشان‌دهنده‌ی یک حرف الفبای بیگانه باشد.

د) نمودار لگاریتم فراوانی حروف موج‌های A و B را در کاغذهای نمودار مجزا رسم کنید. توجه کنید که فراوانی به ترتیب نزولی مرتب شده باشد.

ه) با برازش خط مناسب، شیب، عرض از مبدأ و نسبت شیب به عرض از مبدأ نمودارها را به دست آورید.

آزمون دوم:

در نمودارهای پیوست شده، تعدادی از داده‌ها با شماره‌ای در کنارشان مشخص شده‌اند. اختلاف زمانی بین داده‌ی شماره‌ی n و داده‌ی شماره‌ی $n + 1$ را ΔT_n می‌نامیم. بین هر دو نقطه‌ی مشخص شده، ۴ نقطه‌ی دیگر وجود دارد.

حال برای تشکیل آزمون دوم، فرض کنید طول هر کلمه‌ی موجودات فضایی به طور میانگین برابر ۵ حرف است. بنابراین طبق این فرض می‌توان گفت هر داده‌ی مشخص شده شروع یک کلمه‌ی جدید در زبان است. در صورتی که این فرض درست باشد و موج دریافتی از موجود هوشمندی مخابره شده باشد، زمان تلفظ هر کلمه با کلمات دیگر نباید تفاوت زیادی داشته باشد. بنابراین فرض می‌کنیم فاصله‌ی زمانی بین شروع دو کلمه تقریباً یکسان است.

و) جدول ΔT_n ها را برای هریک از دو نمودار تشکیل دهید.

ز) میانگین و انحراف معیار ΔT_n ها را برای دو نمودار به دست آورید.

طبق فرض انجام شده، آزمون دوم را این گونه در نظر می‌گیریم که اگر بالای ۷۵ درصد از ΔT_n ها کمتر از یک انحراف معیار از مقدار میانگین تفاوت داشتند، احتمال این که موج دریافتی از موجود هوشمند باشد زیاد است.

ح) نتایج آزمون‌های بررسی شده برای موج‌های A و B را در جدولی مانند جدول زیر در پاسخنامه‌ی خود علامت بزنید. آیا هر یک از آزمون‌های فوق تایید می‌کند که موج‌های A و B از موجودی هوشمند مخبره شده است یا خیر؟

آزمون دوم	آزمون اول	موج
تایید می‌کند / نمی‌کند	تایید می‌کند / نمی‌کند	A
تایید می‌کند / نمی‌کند	تایید می‌کند / نمی‌کند	B

روابط مورد نیاز

$$d_i = x_i - \bar{x}$$
$$s^2 = \frac{1}{n} \sum d_i^2 \qquad \sigma^2 = \frac{n}{n-1} s^2$$

روابط برازش خط راست

$$y = A + Bx$$

$$d_i = y_i - (A + Bx_i)$$
$$B = \frac{\sum_{i=1}^N y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \qquad A = \bar{y} - B\bar{x}$$
$$(\Delta B)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-2} = \frac{B^2}{n-2} \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right)$$
$$(\Delta A)^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-2} = (\Delta B)^2 (s_x^2 + \bar{x}^2)$$

$$y = Bx$$

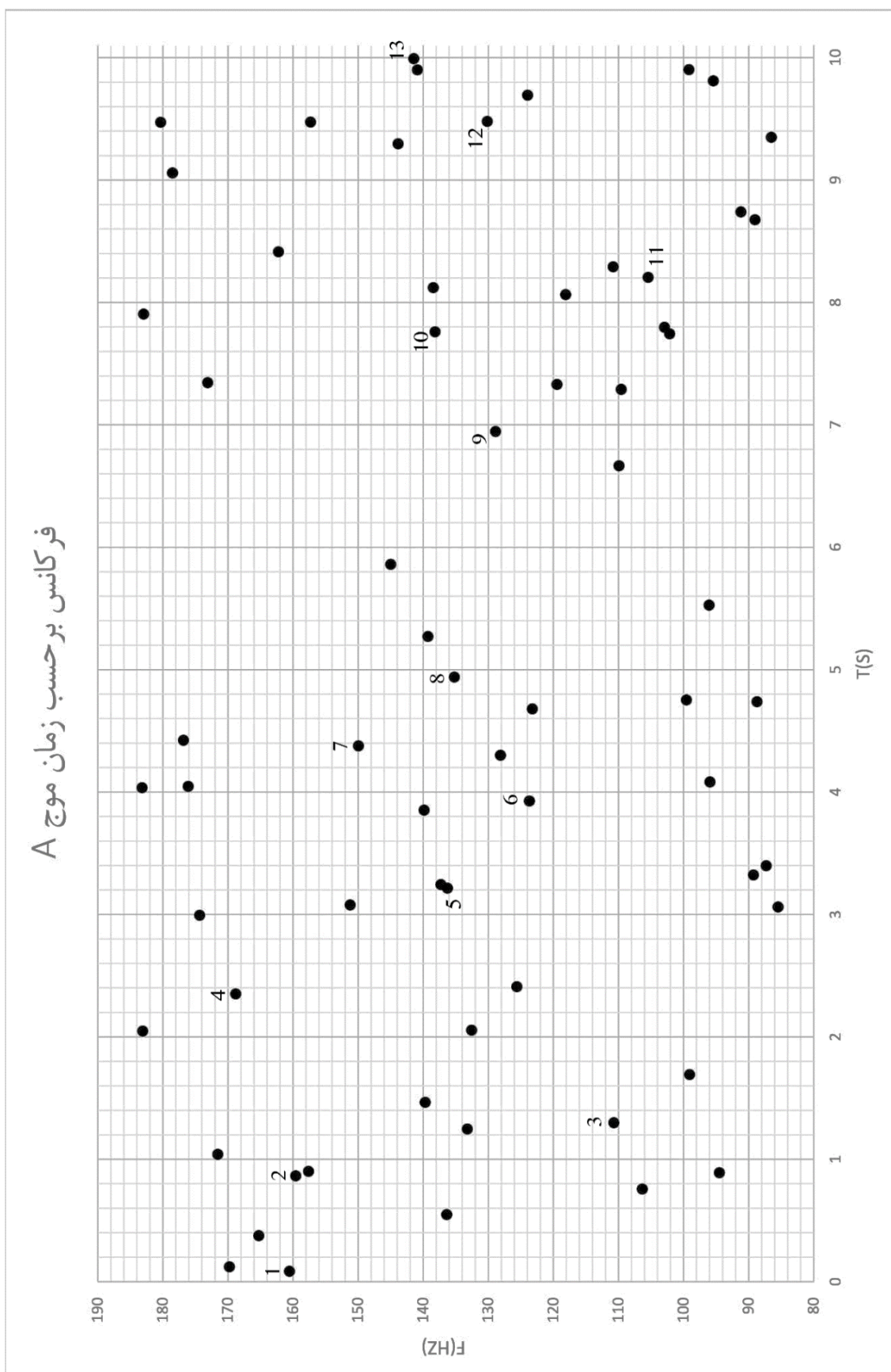
$$d_i = y_i - Bx_i$$
$$B = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$$
$$(\Delta B)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-1}$$

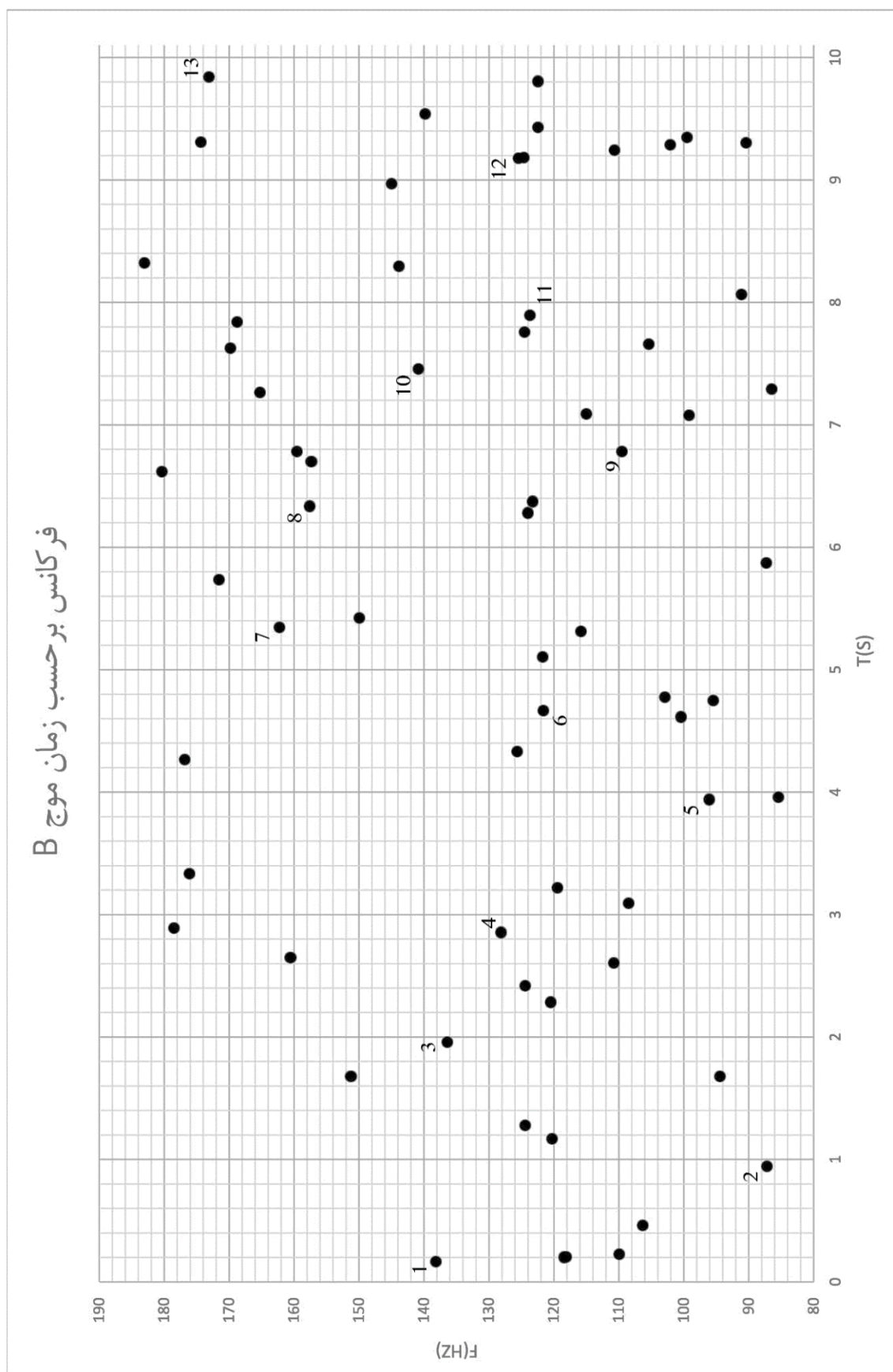
تقویم سؤال ۲: اذان ظهر تهران به وقت محلی تهران

* دقت زمان های داده شده، ۱ دقیقه است.

اذان ظهر	تاریخ	اذان ظهر	تاریخ	اذان ظهر	تاریخ
۱۳:۰۳	۱ شهریور	۱۳:۰۷	۱ مرداد	۱۳:۰۲	۱ تیر
۱۳:۰۳	۲ شهریور	۱۳:۰۷	۲ مرداد	۱۳:۰۳	۲ تیر
۱۳:۰۳	۳ شهریور	۱۳:۰۷	۳ مرداد	۱۳:۰۳	۳ تیر
۱۳:۰۲	۴ شهریور	۱۳:۰۷	۴ مرداد	۱۳:۰۳	۴ تیر
۱۳:۰۲	۵ شهریور	۱۳:۰۷	۵ مرداد	۱۳:۰۳	۵ تیر
۱۳:۰۲	۶ شهریور	۱۳:۰۷	۶ مرداد	۱۳:۰۳	۶ تیر
۱۳:۰۱	۷ شهریور	۱۳:۰۷	۷ مرداد	۱۳:۰۴	۷ تیر
۱۳:۰۱	۸ شهریور	۱۳:۰۷	۸ مرداد	۱۳:۰۴	۸ تیر
۱۳:۰۱	۹ شهریور	۱۳:۰۷	۹ مرداد	۱۳:۰۴	۹ تیر
۱۳:۰۰	۱۰ شهریور	۱۳:۰۷	۱۰ مرداد	۱۳:۰۴	۱۰ تیر
۱۳:۰۰	۱۱ شهریور	۱۳:۰۷	۱۱ مرداد	۱۳:۰۴	۱۱ تیر
۱۳:۰۰	۱۲ شهریور	۱۳:۰۷	۱۲ مرداد	۱۳:۰۵	۱۲ تیر
۱۲:۵۹	۱۳ شهریور	۱۳:۰۶	۱۳ مرداد	۱۳:۰۵	۱۳ تیر
۱۲:۵۹	۱۴ شهریور	۱۳:۰۶	۱۴ مرداد	۱۳:۰۵	۱۴ تیر
۱۲:۵۹	۱۵ شهریور	۱۳:۰۶	۱۵ مرداد	۱۳:۰۵	۱۵ تیر
۱۲:۵۸	۱۶ شهریور	۱۳:۰۶	۱۶ مرداد	۱۳:۰۵	۱۶ تیر
۱۲:۵۸	۱۷ شهریور	۱۳:۰۶	۱۷ مرداد	۱۳:۰۵	۱۷ تیر
۱۲:۵۸	۱۸ شهریور	۱۳:۰۶	۱۸ مرداد	۱۳:۰۶	۱۸ تیر
۱۲:۵۷	۱۹ شهریور	۱۳:۰۶	۱۹ مرداد	۱۳:۰۶	۱۹ تیر
۱۲:۵۷	۲۰ شهریور	۱۳:۰۶	۲۰ مرداد	۱۳:۰۶	۲۰ تیر
۱۲:۵۷	۲۱ شهریور	۱۳:۰۵	۲۱ مرداد	۱۳:۰۶	۲۱ تیر
۱۲:۵۶	۲۲ شهریور	۱۳:۰۵	۲۲ مرداد	۱۳:۰۶	۲۲ تیر
۱۲:۵۶	۲۳ شهریور	۱۳:۰۵	۲۳ مرداد	۱۳:۰۶	۲۳ تیر
۱۲:۵۶	۲۴ شهریور	۱۳:۰۵	۲۴ مرداد	۱۳:۰۶	۲۴ تیر
۱۲:۵۵	۲۵ شهریور	۱۳:۰۵	۲۵ مرداد	۱۳:۰۶	۲۵ تیر
۱۲:۵۵	۲۶ شهریور	۱۳:۰۴	۲۶ مرداد	۱۳:۰۷	۲۶ تیر
۱۲:۵۵	۲۷ شهریور	۱۳:۰۴	۲۷ مرداد	۱۳:۰۷	۲۷ تیر
۱۲:۵۴	۲۸ شهریور	۱۳:۰۴	۲۸ مرداد	۱۳:۰۷	۲۸ تیر
۱۲:۵۴	۲۹ شهریور	۱۳:۰۴	۲۹ مرداد	۱۳:۰۷	۲۹ تیر
۱۲:۵۴	۳۰ شهریور	۱۳:۰۴	۳۰ مرداد	۱۳:۰۷	۳۰ تیر
۱۲:۵۳	۳۱ شهریور	۱۳:۰۳	۳۱ مرداد	۱۳:۰۷	۳۱ تیر

نمودارهای سؤال ۳







وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های پایان دوره

آزمون تحلیل داده ۲

(۱۲ شهریور ۱۳۹۶ - ساعت ۸:۰۰ تا ۱۳:۰۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون ۳ سؤال دارد و زمان آن ۳۰۰ دقیقه است.
۲. به همراه سؤالات، دفترچه ی پاسخ نامه، ۴ کاغذ رسم نمودار و چرک نویس در اختیار شما قرار گرفته است. نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی دفترچه ی پاسخ نامه وارد کنید.
۳. در دفترچه ی پاسخ نامه، پاسخ هر سؤال را در برگه ی مربوط به همان سؤال بنویسید.
۴. استفاده از ماشین حساب **CASIO fx - 82MS** مجاز است.
۵. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

ثوابت فیزیکی و نجومی

مقدار	کمیت
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$	G ثابت جهانی گرانش
$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c سرعت نور
$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h ثابت پلانک
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k ثابت بولتزمن
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ ثابت استفان-بولتزمن
$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_H جرم اتم هیدروژن
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	pc پارسک
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	ly سال نوری
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	L_{\odot} درخشندگی خورشید
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	M_{\odot} جرم خورشید
4.72	قدر مطلق خورشید
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	M_{\oplus} جرم زمین
6378 km	R_{\oplus} شعاع زمین
68 $\text{km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$	H_0 ثابت هابل

سؤال ۱: مدل سازی تبخیر خوشه‌های کروی (۳۹۵ نمره)

خوشه‌های کروی، مجموعه‌ای چگال از ستاره‌ها هستند که بررسی تحول آنها در چند قرن اخیر توجه منجمان زیادی را به خود جلب کرده است. مطالعه‌ی آثار گرانشی ستاره‌های یک خوشه بر یک دیگر پیچیده است؛ اما به دلیل فاصله‌ی نسبتاً زیاد بین ستاره‌های عضو خوشه، برخوردهای ضعیف، تنها عامل تأثیرگذار در تحول خوشه هستند. وقتی ستاره‌ای با فاصله‌ی زیاد از کنار ستاره‌ی دیگری عبور می‌کند، در اثر نیروی گرانش، سرعت ستاره را تغییر می‌دهد که به آن برخورد ضعیف می‌گویند. این گونه برخوردها باعث انتقال انرژی بین ستاره‌های خوشه شده و نحوه‌ی توزیع سرعت ستاره‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهند. در نتیجه‌ی این گونه تبادل انرژی بین ذرات سیستم (ستاره‌ها)، توزیع سرعت ذرات از تابع ماکسول-بولتزمن پیروی خواهد کرد؛ بنابراین همیشه ذراتی وجود دارند که سرعت آن‌ها از سرعت فرار بیشتر است؛ این ذرات (ستاره‌ها) از خوشه فرار می‌کنند. پس از خروج این ذرات، در اثر برخوردهای ضعیف، دوباره سرعت ذرات باقی مانده توزیع شده و ذرات جدیدی در سرعت‌های بالاتر از سرعت فرار قرار گرفته و از خوشه خارج می‌شوند. این فرایند تکرار شده و کم‌کم باعث تبخیر خوشه‌ی کروی می‌شود. مدت زمان تبخیر برای اکثر خوشه‌ها بسیار طولانی بوده و به همین دلیل، اکثر خوشه‌هایی که تا به حال در راه شیری شکل گرفته‌اند فاصله‌ی زیادی تا تبخیر کامل دارند. با وجود این، می‌توان با بررسی خوشه‌هایی که در معرض تبخیر کامل هستند، تخمینی از سن راه شیری بدست آورد. در این سوال، قصد داریم با بررسی خوشه کروی جوان NGC 362، رابطه‌ای کلی برای تبخیر خوشه‌ها به دست آورده و پس از آن با توجه به اطلاعات دیگر خوشه‌ها سن راه شیری را تخمین بزنیم. در جدول ۱، در انتهای سؤال، توزیع سرعت ستاره‌های خوشه‌ی NGC 362 در اختیار شما قرار گرفته است. هم چنین شکل این خوشه نیز در پیوست آورده شده است.

توجه: روابط مورد نیاز در انتهای سوال داده شده است.

الف) با برازش منحنی مناسب بر داده‌های جدول ۱، دمای خوشه را به دست آورید. جرم متوسط ستاره‌های خوشه را 0.8 جرم خورشید در نظر بگیرید.

ب) نشان دهید سرعت فرار از خوشه برابر مقدار زیر است.

$$v_{esc} = \sqrt{\frac{12k_B T}{\bar{m}}}$$

ج) کسری از ستاره‌های خوشه که در حال فرار هستند را f_N می‌نامیم. مقدار f_N را برای این خوشه با دو رقم معنادار به دست آورید. در صورت نیاز، می‌توانید از انتگرال زیر استفاده کنید:

$$\int_0^x t^2 \exp(-t^2) dt = \frac{1}{4} (\sqrt{\pi} \operatorname{erf}(x) - 2xe^{-x^2})$$

$\operatorname{erf}(x)$ تابع خطا نام دارد و مقدار آن به ازای x های مختلف در پیوست آورده شده است.

د) زمان واهلش^۱ (t_{relax}) زمان متوسطی است که طول می‌کشد تا سیستم پس از برخورد ضعیف، دوباره به وضعیت تعادل برسد؛ یعنی سرعت ذرات دوباره توزیع شود. رابطه‌ی t_{relax} در انتهای سؤال داده شده است. با توجه به نتیجه‌ی قسمت قبل، استدلال کنید که نرخ تبخیر خوشه باید به صورت زیر باشد

$$\frac{dN}{dt} = -f_N \frac{N}{t_{relax}}$$

راهنمایی: تغییر تعداد ستاره‌های خوشه در طول یک زمان واهلش را در نظر بگیرید.

می‌توان نشان داد که اگر آهنگ از دست دادن انرژی خوشه (ناشی از فرار ستاره‌ها) متناسب با انرژی کل سیستم باشد، شعاع خوشه در معادله‌ی زیر صدق می‌کند

$$\frac{dR}{dt} = -f_R \frac{R}{t_{relax}}$$

که f_R ثابت و مقدار آن برابر 0.04965 است.

جواب قسمت‌های «ه»، «و» و «ز» را در جدول I پاسخ‌نامه وارد کنید.

ه) با توجه به شکل پیوست و پارامترهای محاسبه شده در قسمت‌های قبل، شعاع خوشه، تعداد ستاره‌های آن و زمان واهلش را در لحظه‌ی شکل‌گیری خوشه به دست آورید. روش خود در محاسبه‌ی شعاع خوشه را به طور کامل شرح دهید. توجه کنید که خوشه‌های در حال تبخیر دارای یک هسته با چگالی بالا هستند که بقیه‌ی ستاره‌های خوشه به طور پراکنده در اطراف این هسته قرار گرفته‌اند.

و) با استفاده از مقادیر اولیه‌ی فوق، شعاع خوشه، تعداد ستاره‌های آن و زمان واهلش را در هر یک از زمان‌های داده شده حساب کنید.

راهنمایی: برای محاسبه‌ی مشتق می‌توانید از رابطه‌ی تقریبی زیر استفاده کنید.

$$g(x) \cong g(x_0) + g'(x_0)(x - x_0)$$

هم‌چنین توجه کنید که زمان واهلش خوشه نیز در طول زمان تغییر می‌کند.

ز) با به کارگیری قضیه‌ی ویریا، دمای معادل خوشه را در زمان‌های داده شده به دست آورید.

ح) نمودارهای دما بر حسب زمان و تعداد ستاره‌ها بر حسب زمان را برای خوشه رسم کنید.

حال قصد داریم با استفاده از داده‌های به دست آمده برای خوشه‌ی NGC 362، رابطه‌ای کلی برای تبخیر خوشه‌های کروی به دست آوریم. اگر معادله‌های مربوط به تحول سیستم را به طور تحلیلی حل کنیم، به رابطه‌های زیر برای تعداد ستاره‌ها و شعاع خوشه می‌رسیم.

$$N(t) = N_0 \left(1 - \frac{t}{\tau_{ev}}\right)^{0.95}$$

$$\frac{R(t)}{R_0} = \left(\frac{N(t)}{N_0}\right)^\alpha$$

در رابطه‌ی اول، τ_{ev} زمان تبخیر خوشه و در رابطه‌ی دوم، α مقداری ثابت است.

ط) با برازش منحنی مناسب بر داده‌های قسمت قبل، مقدار α و τ_{ev} را به همراه خطا به دست آورید.

ی) پارامتر q_{ev} را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\tau_{ev} = q_{ev} t_{relax}^0$$

که t_{relax}^0 زمان واهلش اولیه‌ی خوشه است. q_{ev} را به همراه خطا حساب کنید.

ک) نکته‌ی جالب توجه این است که q_{ev} به دست آمده در قسمت قبل، برای تعداد بسیار زیادی از خوشه‌های کروی مقدار ثابتی است. در نتیجه می‌توان با محاسبه‌ی زمان واهلش اولیه، زمان تبخیر این خوشه‌های کروی را حساب کرد. منجمان به تازگی سه خوشه‌ی کروی کشف کرده‌اند که در مراحل انتهایی تحول خود هستند و تقریباً به طور کامل تبخیر شده‌اند. با استفاده از شبیه‌سازی‌های رایانه‌ای، این دانشمندان توانسته‌اند شعاع هر خوشه را در زمان‌های اولیه‌ی شکل‌گیری آن تعیین کنند. مقادیر شعاع در زمان شکل‌گیری خوشه و هم‌چنین قدر مطلق و توزیع سرعت هر خوشه در یک زمان نامعلوم (t_p) در انتهای سؤال به شما داده شده است. با بهره‌گیری از روابط قسمت‌های قبلی، سن هر یک از خوشه‌ها را به همراه خطا به دست آورده و در جدول II پاسخ‌نامه وارد کنید. سپس با میانگین‌گیری مناسب، سن راه شیری را به همراه خطا در جدول III پاسخ‌نامه گزارش کنید. در این قسمت نیازی به برازش نیست. هم‌چنین می‌توانید ستاره‌های هر خوشه را خورشیدگون در نظر بگیرید. از خطای داده‌گیری از روی نمودارها صرف نظر کنید.

روابط مورد نیاز:

تابع توزیع ماکسول-بولتزمن:

$$p(v) dv = 4\pi v^2 \left(\frac{\bar{m}}{2\pi k_B T} \right)^{3/2} e^{-\frac{\bar{m}v^2}{2k_B T}} dv$$

$p(v) dv$ احتمال مشاهده‌ی ستاره‌ای با سرعت بین v و $v + dv$ است. این توزیع دارای ویژگی‌های زیر است

$$v_{mp} = \sqrt{\frac{2k_B T}{\bar{m}}}$$

$$v_{rms} = \sqrt{\frac{3k_B T}{\bar{m}}}$$

v_{mp} سرعتی است که در آن $p(v)$ بیشینه می‌شود و $v_{rms} = \sqrt{v^2}$ ریشه‌ی میانگین مجذور سرعت‌هاست.

زمان واهلش بر حسب تعداد ستاره‌ها و شعاع خوشه:

$$t_{relax} = \frac{N}{\ln N} \left(\frac{R}{1 \text{ pc}} \right)^{3/2} \text{ Myr}$$

انرژی پتانسیل گرانشی کره:

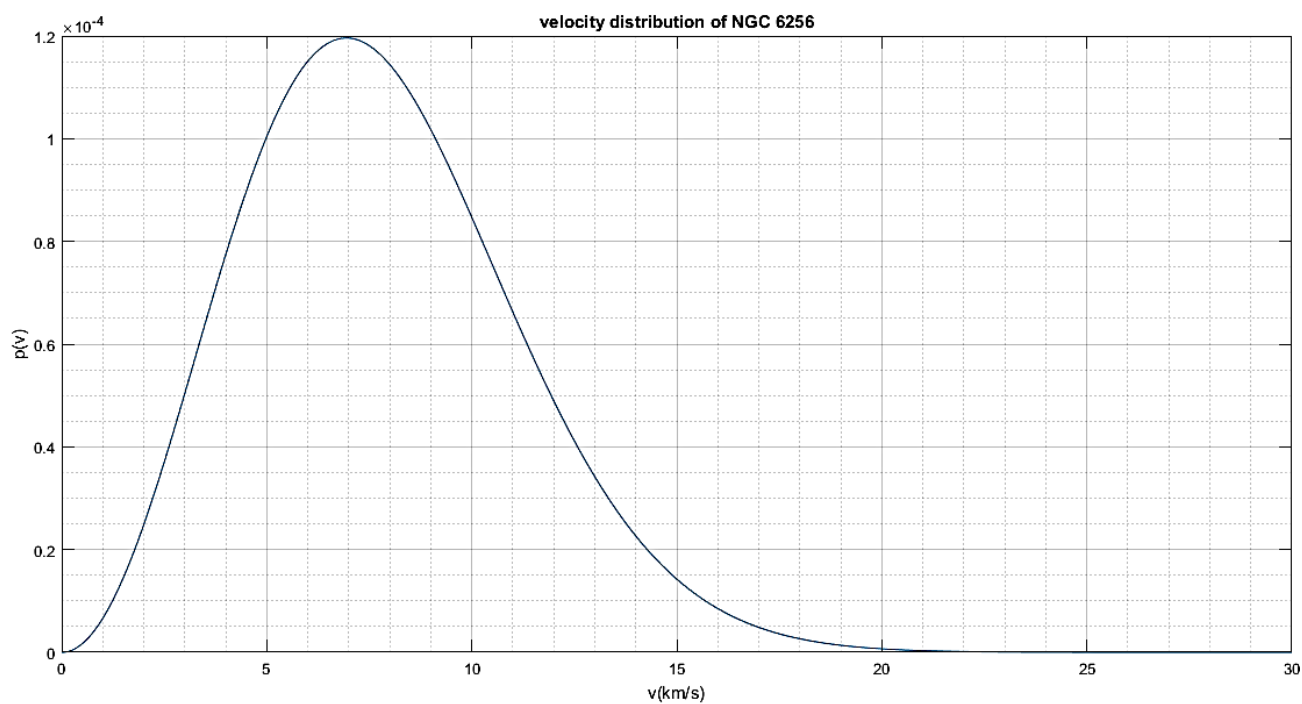
$$\Omega = -\frac{3}{5} \frac{GM_{tot}^2}{R}$$

جدول ۱ - توزیع سرعت ستاره‌های خوشه‌ی NGC 362

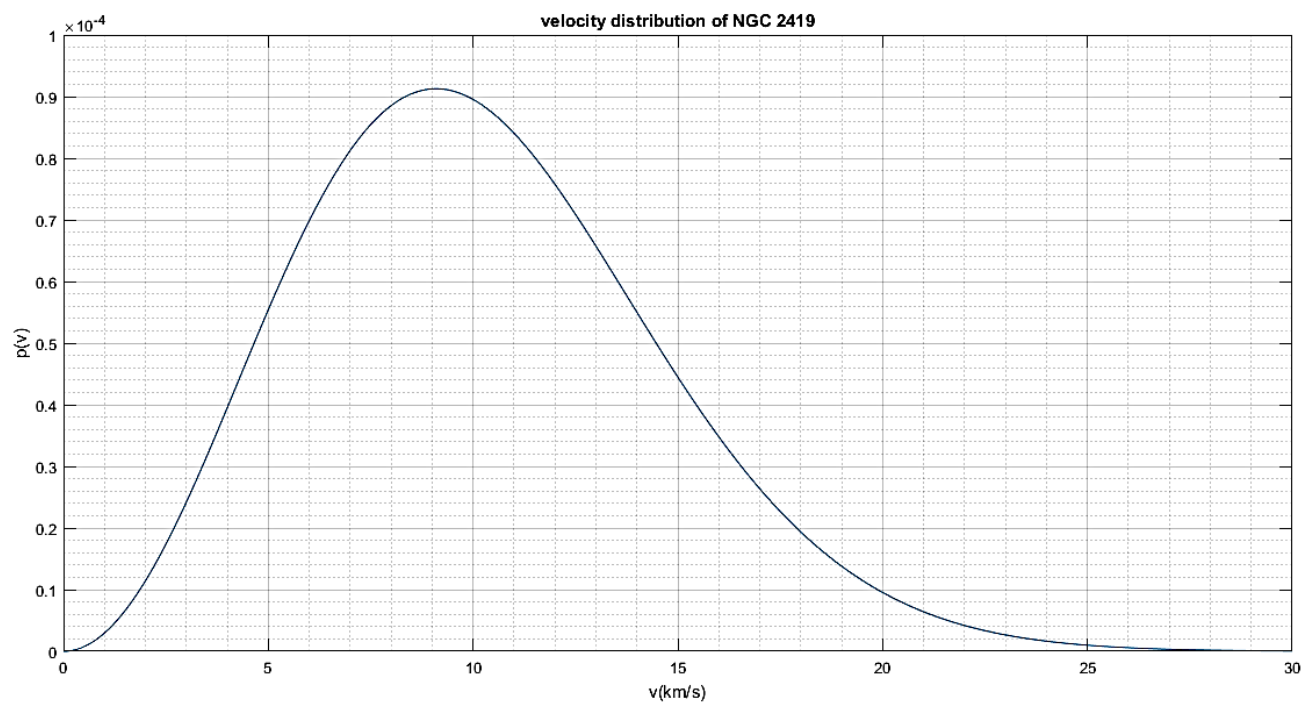
#	$v \text{ (m s}^{-1}\text{)}$	$p(v)$
1	1.77E+03	8.12E-06
2	2.98E+03	3.64E-05
3	4.60E+03	5.76E-05
4	5.14E+03	8.13E-05
5	6.09E+03	9.27E-05
6	8.79E+03	1.02E-04
7	1.05E+04	9.15E-05
8	1.23E+04	6.96E-05
9	1.39E+04	4.85E-05
10	1.49E+04	2.84E-05
11	1.90E+04	7.69E-06
12	2.08E+04	3.86E-06
13	2.33E+04	8.29E-07
14	2.47E+04	3.23E-07
15	2.69E+04	8.76E-08

جدول ۲ - مشخصات ۳ خوشه‌ی مورد بررسی

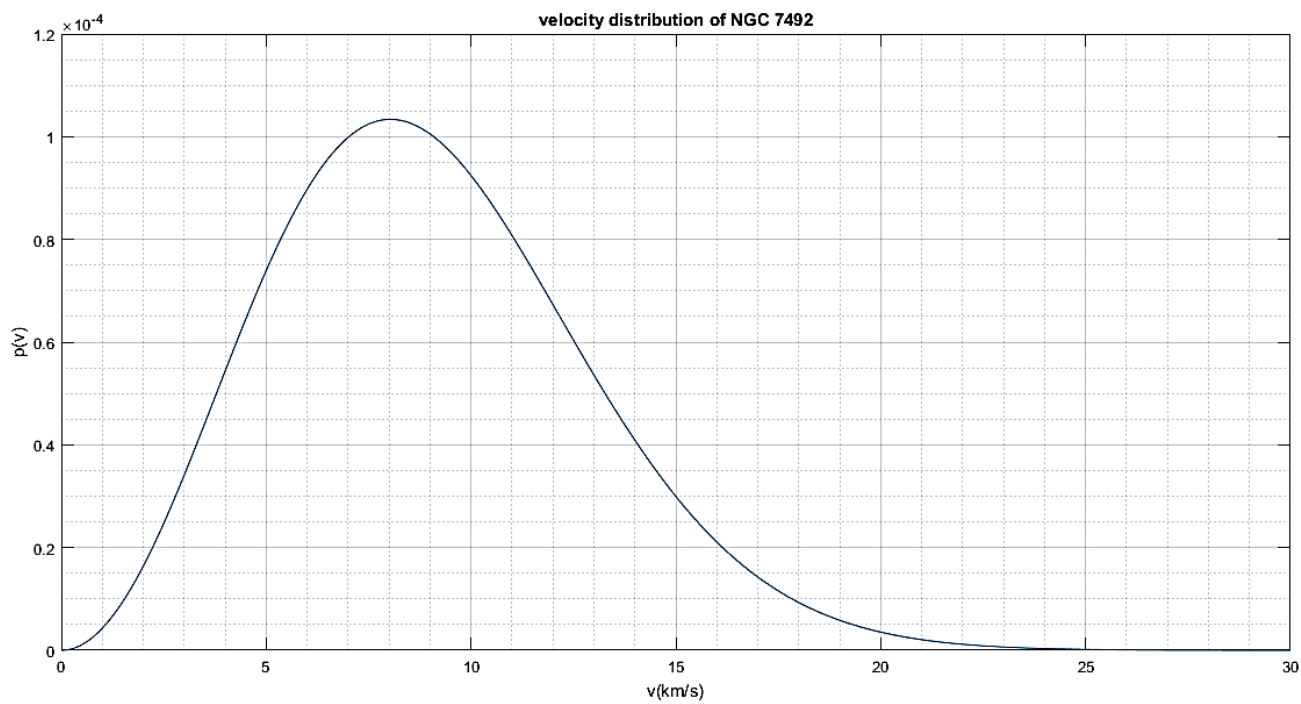
نام خوشه	شعاع خوشه در زمان شکل‌گیری بر حسب pc	قدر مطلق خوشه در زمان نامعلوم (t_p)
NGC 6256	5.7	-8.00
NGC 2149	5.1	-8.35
NGC 7492	5.4	-8.16



شکل ۱ - توزیع سرعت خوشه‌ی NGC 6256 در زمان نامعلوم (t_p)



شکل ۲ - توزیع سرعت خوشه‌ی NGC 2419 در زمان نامعلوم (t_p)



شکل ۳ - توزیع سرعت خوشه ی NGC 7492 در زمان نامعلوم (t_r)

سؤال ۲: عکس‌برداری (۱۲۰ نمره)

جهانگردی با یک صفحه‌ی عکاسی از پشت تلسکوپی از ستاره نسر واقع^۱ تصویربرداری کرده است. فاصله کانونی تلسکوپ $f = ۱/۵ \text{ m}$ و مدت زمان نوردهی $t = ۱۰ \text{ s}$ است.

صفحه‌ی عکاسی مورد استفاده از تعدادی پیکسل تشکیل شده است که هر پیکسل آن دارای سه بخش برای تصویربرداری از باندهای R، G و B، (یعنی به ترتیب در باند قرمز، سبز و آبی) می‌باشد. تصویر تهیه شده در هر یک از این سه باند در انتهای سؤال آمده است. توجه داشته باشید که مثلاً برای تولید عکس قرمز، Count خوانده شده در بخش قرمز پیکسل را به عنوان Count مربوط به آن پیکسل در تصویر قرمز در نظر می‌گیرند. (منظور از Count همان عددی است که در هر پیکسل از صفحه‌ی عکاسی ثبت می‌شود و واحد خاصی ندارد.)

هر پیکسل مربعی به ضلع $۳/۶ \mu\text{m}$ است. فرض کنید مرکز تصویر بر مرکز ستاره منطبق است.

به دلیل اعوجاجات جوی، تصویر اجرام نقطه‌ای به جای نقطه به صورت دایره دیده می‌شود که به قطر زاویه‌ای این دایره، پارامتر دید گفته می‌شود. در این تصویر، به دلیل کم بودن تعداد پیکسل‌هایی که ستاره اشغال می‌کند، می‌توان ستاره را در صفحه‌ی تصویر، به شکل **مربع** در نظر گرفت.

الف) با توجه به این که پارامتر دید در لحظه‌ی عکس‌برداری $۳''$ بوده است، طول ضلع تصویر ستاره را بر حسب پیکسل به دست آورید.

متأسفانه جهانگرد در حین ویرایش این عکس از کشور خارج شده و گم شده است! ما اطلاع نداریم که عکس پیدا شده بر روی کامپیوتر محل کار وی همان نسخه‌ی خام است یا آثار زمینه‌ی آسمان از آن حذف شده است. می‌دانیم که Count ستاره توزیع پواسونی دارد ولی Count زمینه‌ی آسمان، از توزیع یکنواخت پیروی می‌کند. می‌خواهیم با استفاده از خواص تابع توزیع پواسونی، تعیین کنیم که آثار زمینه‌ی آسمان از این تصویر حذف شده است یا خیر.

ب) نمودار فراوانی Count پیکسل‌ها را برای هر یک از سه تصویر رسم کرده و میانگین و انحراف معیار Count هر تصویر را به دست آورید. برای رسم هر نمودار، کمترین داده را آغاز بازه‌ی اول و طول هر بازه را برابر با ۱۵ در نظر بگیرید. با تقسیم کردن یک کاغذ نمودار به ۳ قسمت مساوی، همه‌ی نمودارها را در آن رسم کنید.

ج) با توجه به این که در توزیع پواسونی $\sigma = \sqrt{\mu}$ ، برای هر یک از سه تصویر بررسی کنید که توزیع Count پیکسل‌ها در ناحیه‌ی ستاره پواسونی است یا خیر. آیا آثار زمینه‌ی آسمان از این تصویر حذف شده است؟

قدر ستاره بر حسب Count مجموع خالص ستاره، برای هر یک از باندها در این تصویر از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$m = -2.5 \log \frac{\text{Count}}{t} + C$$

C ثابتی است که مقدار آن برای فیلترهای R, G و B به ترتیب برابر با ۸/۰۴، ۸/۳۱ و ۸/۸۵ می‌باشد.

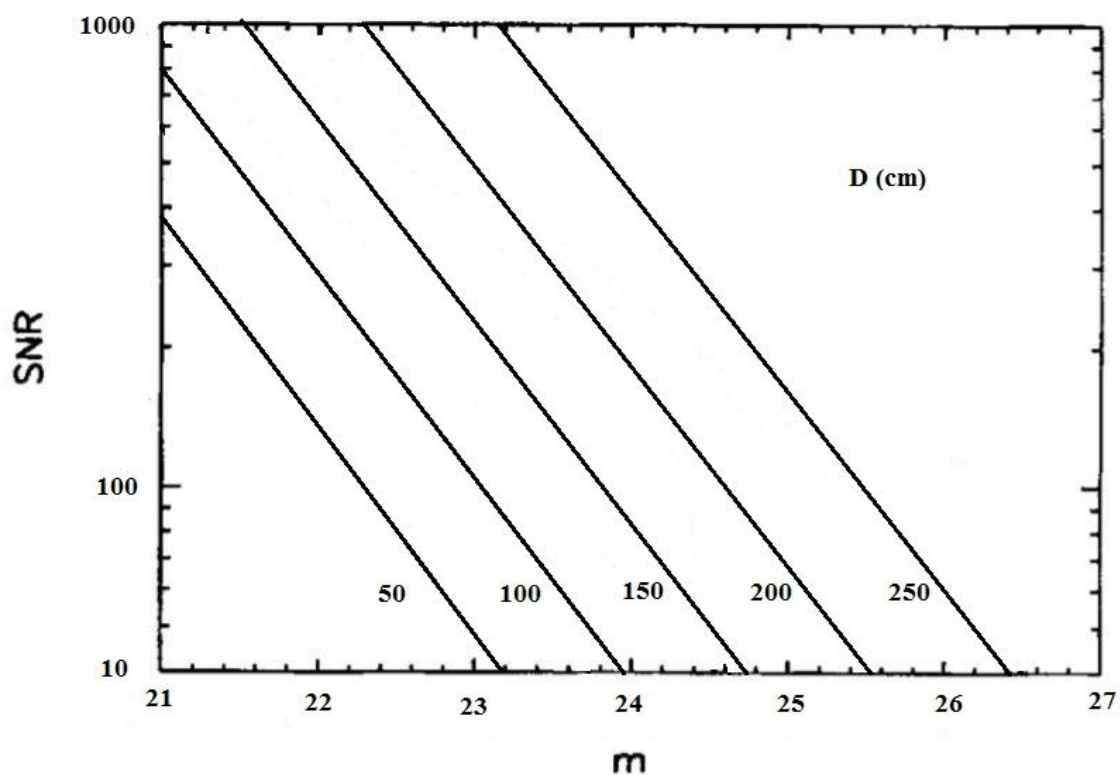
منظور از Count مجموع خالص ستاره، مجموع عددهایی است که به خاطر برخورد فوتون‌های ستاره درون ناحیه‌ی ستاره در صفحه‌ی عکاسی ثبت می‌شود و آثار زمینه‌ی آسمان از آن حذف شده است. در صورتی که در قسمت قبل متوجه شده‌اید آثار زمینه از تصویر حذف نشده، با توجه به این که قدر سطحی آسمان $23 \frac{\text{mag}}{11^2}$ (قدر بر ثانیه‌ی قوسی مربع) می‌باشد این تصحیح را انجام دهید. بدیهی است در صورتی که تصحیح انجام شده باشد نیازی به دوباره انجام دادن این کار نیست.

د) با توجه به پاسخ قسمت «الف»، قدر ستاره را در باندهای مختلف محاسبه کنید.

ه) در جدول ۳ داده‌های تلسکوپ هابل برای قدر ستاره در این باندها آمده است. میزان جذب در هر یک از باندها را بر حسب قدر محاسبه کنید.

و) با ترکیب تصاویر این سه باند، تصویر ستاره را در ناحیه‌ی مرئی در جدول IV پاسخ‌نامه وارد کنید. پهنای باند همه‌ی فیلترها یکسان است و ترکیب آن‌ها ناحیه‌ی مرئی را کاملاً می‌پوشاند.

ز) با توجه به Count خالص ستاره در تصویر مرئی، نسبت سیگنال به نویز را به دست آورید و با استفاده از نمودار زیر بگویید قطر تلسکوپی که جهانگرد با آن این تصویر را تهیه کرده حداقل چه قدر است؟



شکل ۴ - نمودار سیگنال به نویز بر حسب قدر زمینه آسمان برای تلسکوپ ها با قطرهای مختلف

جدول ۳ - قدر ظاهری ستاره با توجه به داده های تلسکوپ هابل

قدر	فیلتر
0.07	R
0.04	G
0.03	B

جدول ۴ - تصویر ستاره در باند قرمز (R)

252	269	283	279	269	249
267	287	289	288	283	264
282	290	314	307	287	270
283	301	323	310	290	280
276	285	300	291	285	274
256	274	283	280	270	261

جدول ۵ - تصویر ستاره در باند سبز (G)

320	335	347	342	333	318
330	362	368	365	351	322
345	369	375	371	361	338
349	370	399	375	368	345
342	360	370	370	355	339
320	340	348	344	336	321

جدول ۶ - تصویر ستاره در باند آبی (B)

463	485	500	491	482	447
480	511	512	511	505	479
495	515	540	528	509	487
504	525	548	538	514	493
487	507	517	516	506	487
464	487	501	492	485	468

سؤال ۳: بررسی کهکشان سینامون (۳۶۵ نمره)

یکی از عوامل بسیار مؤثر در تحول هر کهکشان، تابع پتانسیل مربوط به آن است. پدیده‌هایی چون توزیع سرعت ذرات، برخورد ستاره‌های کهکشان با یک دیگر، ساختار بازوهای کهکشان و اصطکاک دینامیکی ذرات در داخل کهکشان همگی تحت تأثیر تابع پتانسیل هستند. به دلیل محدودیت‌های رصدی، تعیین تابع پتانسیل عموماً مسئله‌ای بسیار پیچیده بوده که تنها با تعیین تابعیت چگالی کهکشان و حل معادله‌ی پواسون برای سیستم امکان‌پذیر است. بر خلاف روند معمول، در این سؤال قصد داریم با بررسی منحنی سرعت یک کهکشان تازه کشف شده به اسم سینامون، تابعیت پتانسیل را برای این کهکشان به دست آوریم. منجمین با بررسی شکل ظاهری این کهکشان، به این نتیجه رسیده‌اند که صفحه‌ی آن نسبت به صفحه‌ی آسمان انحراف دارد؛ اما مقدار زاویه‌ی انحراف نامعلوم است. با مطالعه‌ی کهکشان‌هایی که از لحاظ ساختاری مشابه سینامون هستند دانشمندان توانسته‌اند شکل این کهکشان، بدون زاویه‌ی انحراف، را شبیه‌سازی کنند. شکل ۵، قسمتی از شبیه‌سازی بازوی کهکشان را نشان می‌دهد. همچنین شکل ۶، نمای مشاهده شده (ظاهری) از همان بازو در آسمان است. در هر دو شکل، محور x حاصل برخورد صفحه‌ی کهکشان و صفحه‌ی آسمان است. یک دستگاه مختصات قطبی به مبدأ $(0, 0)$ روی هر کدام از شکل‌ها در نظر بگیرید. اگر زاویه از محور x به صورت پادساعتگرد سنجیده شود، زاویه‌ی قطبی هر نقطه از بازو در صفحه‌ی کهکشان را با α و زاویه‌ی قطبی تصویر همان نقطه در صفحه‌ی آسمان را با β نمایش می‌دهیم.

الف) با استفاده از شکل ۵، مقدار α را برای نقاط مشخص شده تعیین کنید و در جدول V پاسخ‌نامه وارد کنید.

ب) با استفاده از شکل ۶، مقدار β را برای نقاط مشخص شده تعیین کنید و در جدول V پاسخ‌نامه وارد کنید.

ج) نشان دهید رابطه‌ی بین α ، β و زاویه‌ی انحراف کهکشان (i) به صورت زیر است.

$$\tan \beta = \cos i \tan \alpha$$

د) با برازش خط مناسب، مقدار i را به همراه خطا گزارش کنید. از خطای اندازه‌گیری خط کش و نقاله صرف نظر کنید.

در جدول ۷، اطلاعات تعدادی از ستاره‌های بازوی کهکشان که در مدارهای تقریباً دایره‌ای به دور مرکز کهکشان می‌گردند به شما داده شده است. توجه کنید که r (') داده شده در این جدول، فاصله‌ی مشاهده شده از مرکز کهکشان بر حسب دقیقه‌ی قوسی است. با توجه به این داده‌ها و قسمت‌های قبل، به قسمت‌های زیر پاسخ دهید.

ه) سرعت شعاعی هر ستاره (v_r) را به همراه خطا بر حسب متر بر ثانیه محاسبه کنید و در جدول VI پاسخ‌نامه وارد کنید. مشاهدات نشان می‌دهند که در مرکز کهکشان سینامون، سیاه‌چاله‌ای وجود ندارد.

و) همان طور که می‌دانید عوامل زیادی در سرعت شعاعی مشاهده شده از کهکشان‌ها دخیل هستند. اگر تنها عامل مؤثر بر سرعت شعاعی ستارگان کهکشان، حرکت مداری آن‌ها باشد، استدلال کنید با نزدیک شدن به مرکز کهکشان، قرمزگرایی ستارگان باید به صفر میل کند.

ز) با توجه به نتیجه ی قسمت قبل و داده های جدول ۷، فاصله ی کهکشان را بر حسب pc بیابید. ثابت هابل $H_0 = 68 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ است.

ح) فاصله ی شعاعی واقعی (بدون زاویه ی انحراف) هر ستاره از مرکز کهکشان را به همراه خطا محاسبه کنید و در جدول VI پاسخ نامه وارد کنید. اعدادتان را بر حسب pc بیان کنید.

راهنمایی: به انحراف داشتن صفحه ی کهکشان از صفحه ی آسمان توجه نمایید.

ط) با استفاده از سرعت های شعاعی محاسبه شده در قسمت «ه»، سرعت مداری (V) هر ستاره را به همراه خطای آن بر حسب متر بر ثانیه به دست آورید و در جدول VI پاسخ نامه وارد کنید. در این قسمت از خطای زاویه ی انحراف کهکشان صرف نظر کنید. حرکت ستاره ها به دور مرکز کهکشان را در جهت افزایش α در نظر بگیرید.

ی) اندازه ی میدان گرانشی کهکشان، $g(r)$ ، در نقاط داده شده را به همراه خطا بر حسب واحدهای SI محاسبه کنید و در جدول VII پاسخ نامه وارد کنید.

ک) نمودار میدان گرانشی، $g(r)$ ، بر حسب فاصله ی شعاعی واقعی از مرکز کهکشان را رسم کنید. میله های خطا نیز باید رسم شوند. فاصله بر حسب پارسک و اندازه ی میدان گرانشی بر حسب واحدهای SI باشد.

ل) پتانسیل گرانشی کهکشان^۱، $\phi(r)$ ، را برای هر نقطه بر حسب واحدهای SI تعیین کنید و در جدول VII پاسخ نامه وارد کنید. مبدأ پتانسیل را مرکز سینامون در نظر بگیرید. نیازی به گزارش خطای پتانسیل نیست.

توجه: برای محاسبه انتگرال عددی از روش دوزنقه استفاده کنید. به روش های دیگر نمره ای تعلق نمی گیرد.

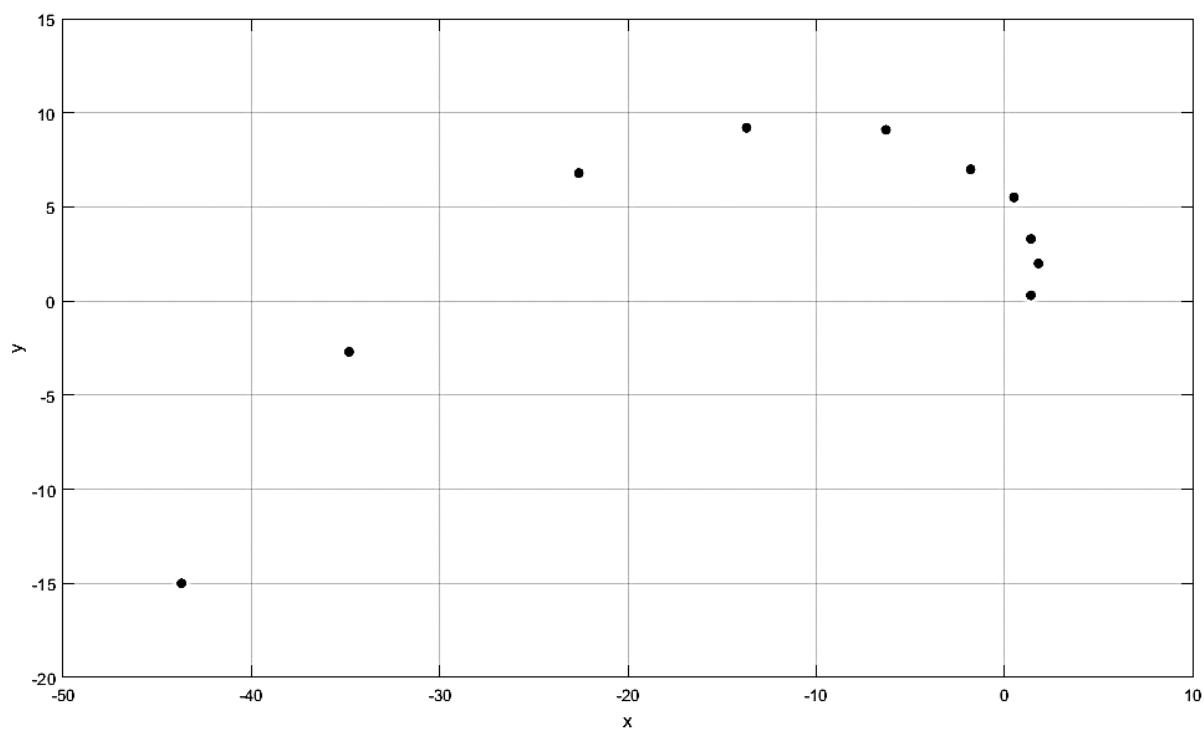
م) با بررسی پارامترهای مختلف سینامون و کهکشان های مشابه آن، دانشمندان متوجه شده اند که این دسته از کهکشان ها، از تابع پتانسیلی به فرم زیر پیروی می کنند

$$\phi(r) = a \ln \left(1 + \frac{r^2}{r_0^2} \right)$$

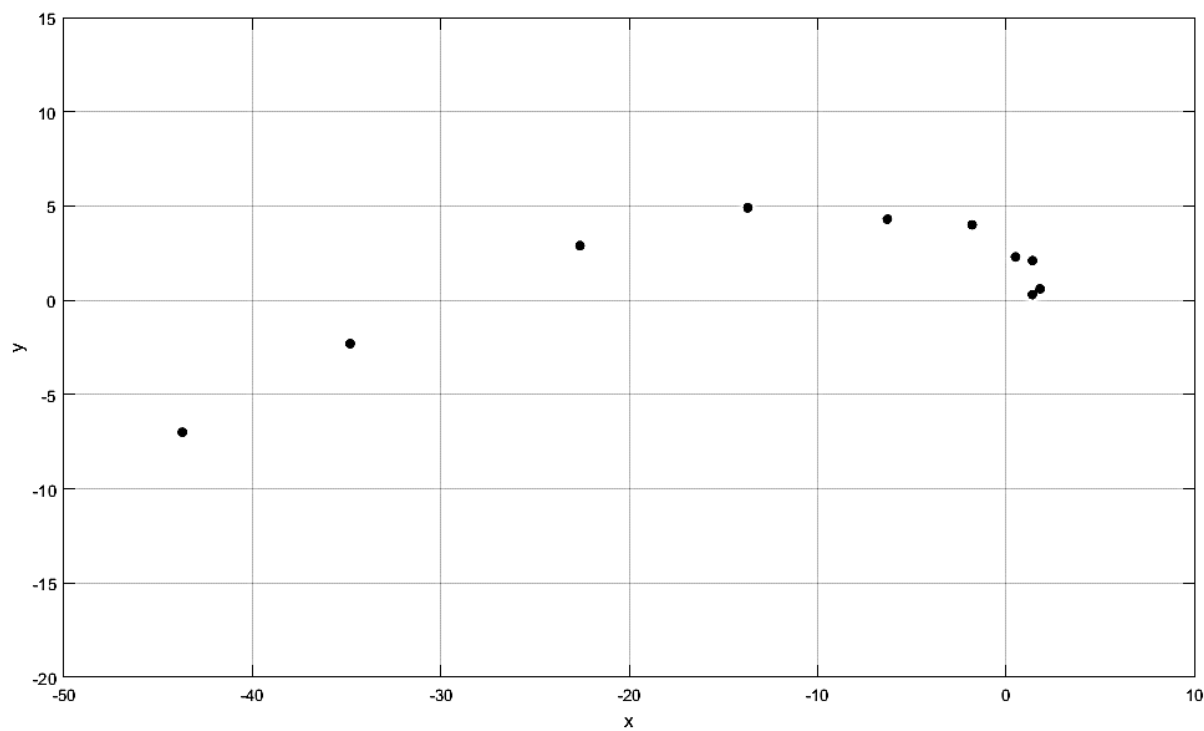
نکته ی مهم این است که a برای همه ی کهکشان های این دسته مقدار ثابتی است و تنها با محاسبه ی r_0 به وسیله ی بررسی هندسه ی بازوهای کهکشان می توان دینامیک این گونه از کهکشان ها را تحلیل کرد.

برای کهکشان سینامون، مقدار $r_0 = 8.1 \text{ kpc}$ است. با برازش منحنی مناسب a را به همراه خطا به دست آورید. هنگام برازش از خطای پتانسیل و شعاع مداری صرف نظر کنید.

^۱ طبق تعریف، پتانسیل گرانشی برابر با انرژی پتانسیل گرانشی واحد جرم است.



شکل ۵ - تصویر شبیه سازی شده ی بازوی کهکشان سینامون بدون زاویه ی انحراف



شکل ۶ - تصویر واقعی بازوی کهکشان سینامون در صفحه ی آسمان

جدول ۷ - اطلاعات ستاره های رصد شده از کهکشان سینامون

#	r (')	β (°)	قرمزگرایی: z	خطای قرمزگرایی: Δz
1	0.9	2	3.95E-04	1.2E-05
2	1.8	4	3.48E-04	1.0E-05
3	3.4	7	2.65E-04	8.0E-06
4	3.9	22	2.60E-04	7.8E-06
5	3.3	76	4.07E-04	1.8E-06
6	6.8	134	6.24E-04	5.2E-06
7	16.5	161	9.15E-04	2.7E-05
8	28.6	177	1.14E-03	3.4E-05
9	32.8	187	1.13E-03	3.4E-05
10	35.5	196	1.03E-03	3.1E-05
11	33.2	208	8.69E-04	2.6E-05
12	24.9	254	5.24E-04	4.7E-06
13	46.1	326	7.81E-05	3.3E-05
14	79.4	346	-1.96E-04	6.9E-05
15	96.5	355	-3.12E-04	5.4E-05

روابط مورد نیاز

$$d_i = x_i - \bar{x}$$

$$s^2 = \frac{1}{n} \sum d_i^2 \qquad \sigma^2 = \frac{n}{n-1} s^2$$

میانگین گیری وزن دار از داده های دارای خطا

$$\bar{Z} = \frac{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\Delta Z_i} \right)^2 Z_i}{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\Delta Z_i} \right)^2} \qquad \Delta Z = \frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{\Delta Z_i} \right)^2}}$$

روابط برازش خط راست

$$y = A + Bx$$

$$d_i = y_i - (A + Bx_i)$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N y_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \qquad A = \bar{y} - B\bar{x}$$

$$(\Delta B)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-2} = \frac{B^2}{n-2} \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right)$$

$$(\Delta A)^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-2} = \bar{x}^2 (\Delta B)^2$$

$$y = Bx$$

$$d_i = y_i - Bx_i$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$$

$$(\Delta B)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-1}$$

جدول سؤال ۱: مقادیر تابع خطا، $\text{erf}(x)$ ، برای x های مختلف

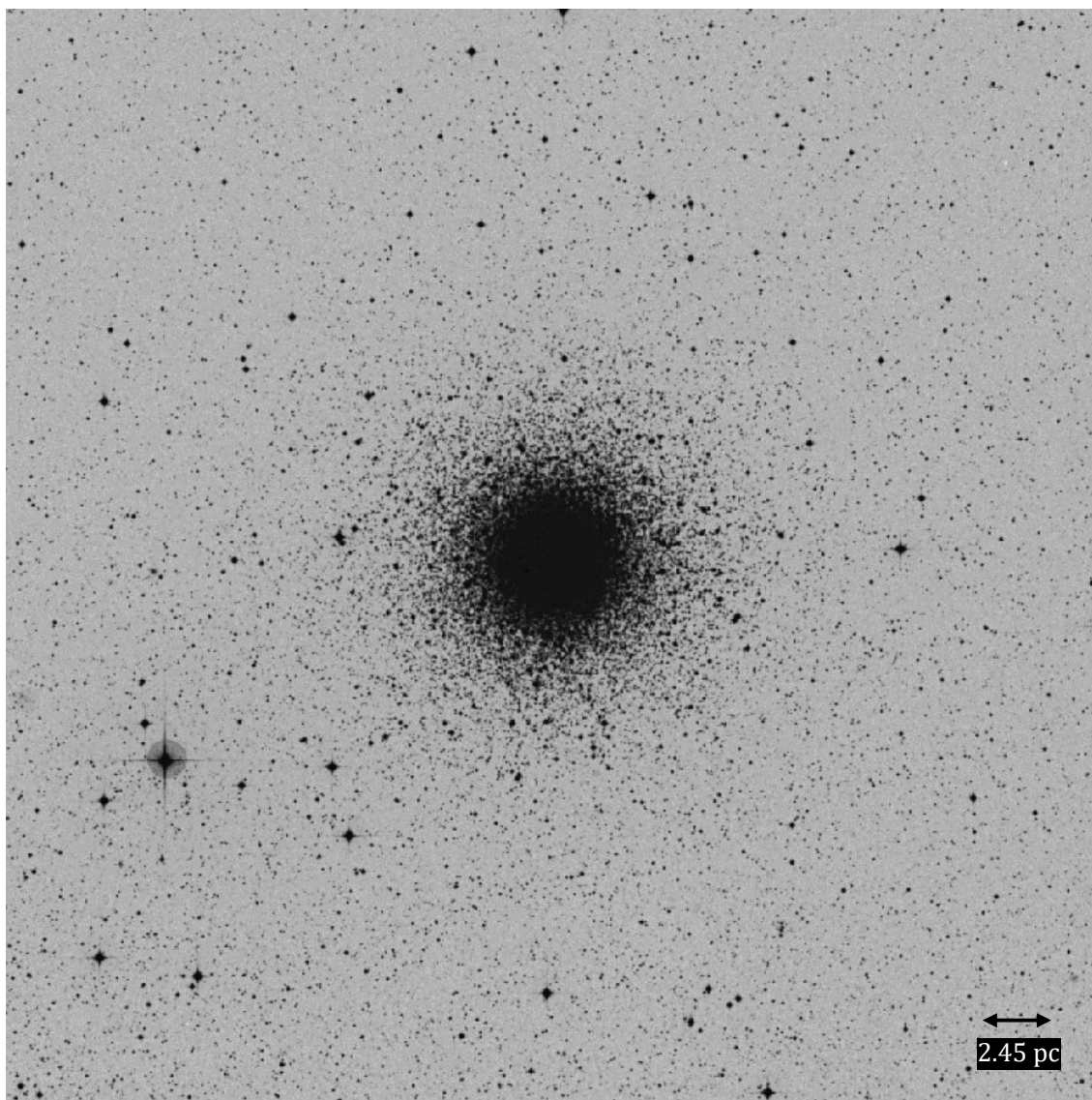
$$\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$$

x	Hundredths digit of x									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	0.00000	0.01128	0.02256	0.03384	0.04511	0.05637	0.06762	0.07886	0.09008	0.10128
0.1	0.11246	0.12362	0.13476	0.14587	0.15695	0.16800	0.17901	0.18999	0.20094	0.21184
0.2	0.22270	0.23352	0.24430	0.25502	0.26570	0.27633	0.28690	0.29742	0.30788	0.31828
0.3	0.32863	0.33891	0.34913	0.35928	0.36936	0.37938	0.38933	0.39921	0.40901	0.41874
0.4	0.42839	0.43797	0.44747	0.45689	0.46623	0.47548	0.48466	0.49375	0.50275	0.51167
0.5	0.52050	0.52924	0.53790	0.54646	0.55494	0.56332	0.57162	0.57982	0.58792	0.59594
0.6	0.60386	0.61168	0.61941	0.62705	0.63459	0.64203	0.64938	0.65663	0.66378	0.67084
0.7	0.67780	0.68467	0.69143	0.69810	0.70468	0.71116	0.71754	0.72382	0.73001	0.73610
0.8	0.74210	0.74800	0.75381	0.75952	0.76514	0.77067	0.77610	0.78144	0.78669	0.79184
0.9	0.79691	0.80188	0.80677	0.81156	0.81627	0.82089	0.82542	0.82987	0.83423	0.83851
1.0	0.84270	0.84681	0.85084	0.85478	0.85865	0.86244	0.86614	0.86977	0.87333	0.87680
1.1	0.88021	0.88353	0.88679	0.88997	0.89308	0.89612	0.89910	0.90200	0.90484	0.90761
1.2	0.91031	0.91296	0.91553	0.91805	0.92051	0.92290	0.92524	0.92751	0.92973	0.93190
1.3	0.93401	0.93606	0.93807	0.94002	0.94191	0.94376	0.94556	0.94731	0.94902	0.95067
1.4	0.95229	0.95385	0.95538	0.95686	0.95830	0.95970	0.96105	0.96237	0.96365	0.96490
1.5	0.96611	0.96728	0.96841	0.96952	0.97059	0.97162	0.97263	0.97360	0.97455	0.97546
1.6	0.97635	0.97721	0.97804	0.97884	0.97962	0.98038	0.98110	0.98181	0.98249	0.98315
1.7	0.98379	0.98441	0.98500	0.98558	0.98613	0.98667	0.98719	0.98769	0.98817	0.98864
1.8	0.98909	0.98952	0.98994	0.99035	0.99074	0.99111	0.99147	0.99182	0.99216	0.99248
1.9	0.99279	0.99309	0.99338	0.99366	0.99392	0.99418	0.99443	0.99466	0.99489	0.99511
2.0	0.99532	0.99552	0.99572	0.99591	0.99609	0.99626	0.99642	0.99658	0.99673	0.99688
2.1	0.99702	0.99715	0.99728	0.99741	0.99753	0.99764	0.99775	0.99785	0.99795	0.99805
2.2	0.99814	0.99822	0.99831	0.99839	0.99846	0.99854	0.99861	0.99867	0.99874	0.99880
2.3	0.99886	0.99891	0.99897	0.99902	0.99906	0.99911	0.99915	0.99920	0.99924	0.99928
2.4	0.99931	0.99935	0.99938	0.99941	0.99944	0.99947	0.99950	0.99952	0.99955	0.99957
2.5	0.99959	0.99961	0.99963	0.99965	0.99967	0.99969	0.99971	0.99972	0.99974	0.99975
2.6	0.99976	0.99978	0.99979	0.99980	0.99981	0.99982	0.99983	0.99984	0.99985	0.99986
2.7	0.99987	0.99987	0.99988	0.99989	0.99989	0.99990	0.99991	0.99991	0.99992	0.99992
2.8	0.99992	0.99993	0.99993	0.99994	0.99994	0.99994	0.99995	0.99995	0.99995	0.99996
2.9	0.99996	0.99996	0.99996	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99997	0.99998
3.0	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998	0.99998	0.99999	0.99999	0.99999
3.1	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999	0.99999
3.2	0.99999	0.99999	0.99999	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000

به کمک این جدول می توان برای x های با دقت صدم، مقدار $\text{erf}(x)$ را محاسبه کرد. در ستون سمت چپ، مقادیر یکان و دهم x نوشته شده اند. ردیف بالا، مقدار صدم x را مشخص می کند.

به عنوان مثال، مقدار $\text{erf}(x = ۱/۳۸) = ۰/۹۴۹۰۲$ از تقاطع ردیف چهاردهم (۱۳+۱) با ستون نهم (۸+۱) به دست می آید.

شکل سؤال ۱: خوشه ی کروی NGC 362





وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های پایان دوره

آزمون تحلیل داده ۳

(۱۹ شهریور ۱۳۹۶ - ساعت ۱۴:۰۰ تا ۱۹:۰۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون ۳ سؤال دارد و زمان آن ۳۰۰ دقیقه است.
۲. به همراه سؤالات، دفترچه ی پاسخ نامه، ۳ کاغذ رسم نمودار و چرک نویس در اختیار شما قرار گرفته است. نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی دفترچه ی پاسخ نامه وارد کنید.
۳. در دفترچه ی پاسخ نامه، پاسخ هر سؤال را در برگه ی مربوط به همان سؤال بنویسید.
۴. استفاده از ماشین حساب **CASIO fx - 82MS** مجاز است.
۵. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

ثوابت فیزیکی و نجومی

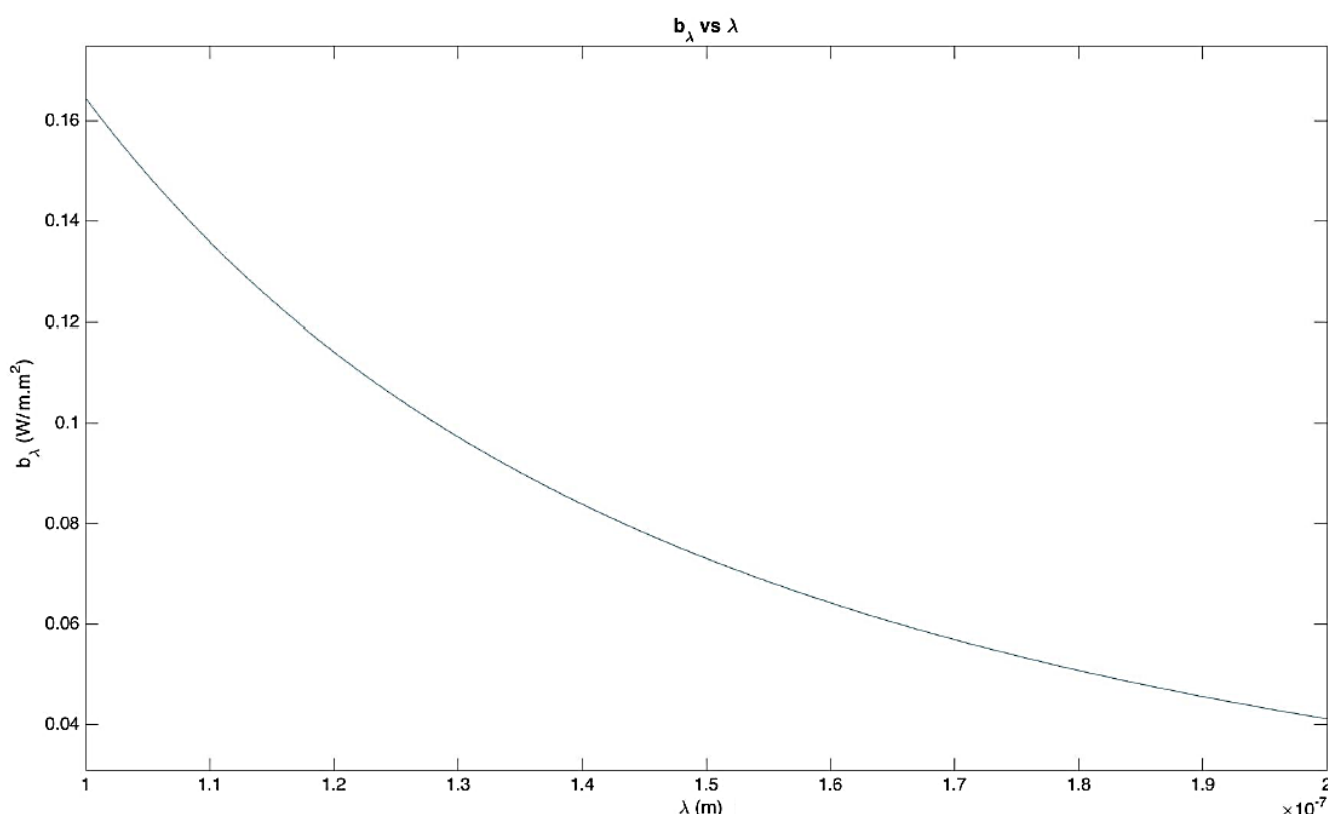
مقدار	کمیت
$6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$	G ثابت جهانی گرانش
$3.00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$	c سرعت نور
$6.63 \times 10^{-34} \text{ J s}$	h ثابت پلانک
$1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$	k ثابت بولتزمن
$5.67 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$	σ ثابت استفان-بولتزمن
$1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}$	m_H جرم اتم هیدروژن
$3.09 \times 10^{16} \text{ m}$	pc پارسک
$9.46 \times 10^{15} \text{ m}$	ly سال نوری
$3.85 \times 10^{26} \text{ W}$	L_{\odot} درخشندگی خورشید
$1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$	M_{\odot} جرم خورشید
1370 W m^{-2}	ثابت خورشیدی
-26.85	قدر ظاهری خورشید
4.72	قدر مطلق خورشید
$5.97 \times 10^{24} \text{ kg}$	M_{\oplus} جرم زمین
6378 km	R_{\oplus} شعاع زمین
23.5°	تمایل محوری زمین

سؤال ۱: کهکشان‌های استاندارد گوبی (۱۵۰ نمره)

بررسی‌های اخیر دانشمندان منجر به کشف دسته‌ای از کهکشان‌ها شده است که درخشندگی‌شان در هر طول موج از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند

$$L_{\lambda} \propto \lambda^{\alpha}$$

به این کهکشان‌ها، کهکشان‌های استاندارد گوبی گفته می‌شود. گوبی‌ها در طول موج کمتر از ۱۰۰ nm تابش ندارند. نمودار چگالی شار دریافتی (انرژی تابش شده در واحد طول موج، در واحد سطح، در واحد زمان) بر حسب طول موج از یک گوبی نسبتاً نزدیک را در شکل ۱ مشاهده می‌کنید.



شکل ۱ - نمودار چگالی شار دریافتی بر حسب طول موج

بخش اول:

الف) برای این گوبی رابطه‌ی چگالی شار دریافتی بر حسب طول موج به شکل زیر است.

$$b_{\lambda} d\lambda = c \lambda^{\alpha} d\lambda$$

با توجه به شکل ۱، ثوابت c و α را بدون استفاده از برازش به دست آورید.

ب) با توجه به رابطه‌ی بالا، شار دریافتی مجموع این کهکشان را محاسبه کنید.

گروهی از دانشمندان موفق به کشف یک ستاره‌ی متغیر قیفاووسی در این کهکشان شده‌اند. جدول ۱ قدر ظاهری این ستاره بر حسب زمان را نشان می‌دهد.

جدول ۱- قدر ظاهری یک ستاره‌ی قیفاووسی در کهکشان گوبی مورد بررسی

#	t (روز)	m_V
1	0.08	21.16
2	0.56	21.31
3	1.14	21.45
4	1.72	21.53
5	2.19	21.53
6	2.75	21.47
7	3.20	21.37
8	3.82	21.19
9	4.27	21.05
10	4.80	20.90
11	5.43	20.78
12	5.99	20.74
13	6.41	20.76
14	7.05	20.87
15	7.50	20.98
16	8.01	21.14

رابطه‌ی میانگین قدر مطلق مربی بر حسب دوره‌ی تناوب نوسانات متغیرهای قیفاووسی به شکل زیر است

$$\langle M_V \rangle = -2.81 \log P - 1.43$$

در این رابطه P بر حسب روز است.

ج) فاصله‌ی این گوبی را بر حسب مگاپارسک تخمین بزنید.

د) درخشندگی این گوبی را به دست آورید.

بخش دوم:

با استفاده از اطلاعات به دست آمده در بخش اول قصد داریم تعدادی گویی با فاصله‌ی نسبتاً زیاد را بررسی کنیم. تحقیقات نشان می‌دهد که کهکشان‌های گویی شمع استاندارد هستند؛ یعنی درخشندگی همه‌ی آن‌ها با هم برابر است. در جدول ۲ اطلاعات ۶ گویی آورده شده است.

جدول ۲ - اطلاعات ۶ کهکشان گویی دور دست

#	m_{bol}	m_p
1	13.62	17.48
2	14.79	18.58
3	15.55	19.30
4	16.65	20.29
5	17.13	20.71
6	17.55	21.08

m_{bol} قدر ظاهری بولومتریک و m_p قدر ظاهری مشاهده شده در فیلتر P است. مشخصات فیلتر P در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳ - مشخصات فیلتر P

طول موج مرکزی	۴۰۰ nm
پهنای باند	۲۰ nm

ه) با توجه به جدول ۲، فاصله‌ی درخشندگی گویی‌ها بر حسب مگاپارسک را تا دو رقم اعشار محاسبه کرده و در جدول I پاسخ‌نامه وارد کنید.

و) بدون استفاده از داده‌های جدول ۲، درخشندگی کهکشان‌های گویی در فیلتر P را محاسبه کنید.

ز) قدر ظاهری هریک از ۶ گویی را در فیلتر P محاسبه کرده و در جدول I پاسخ‌نامه وارد کنید. شار دریافتی ستاره‌ای با قدر ظاهری صفر در فیلتر P برابر با $1.2 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2}$ است.

ح) همان طور که می‌بینید قدرهای ظاهری محاسبه شده با قدرهای ظاهری جدول ۲ تفاوت دارند. به نظر شما علت این تفاوت چیست؟ نشان دهید رابطه‌ی اختلاف قدر ظاهری محاسبه شده و قدر ظاهری مشاهده شده در فیلتر P بر حسب قرمزگرایی کهکشان‌های گویی به شکل زیر است.

$$\Delta m_P = m_{P, \text{محاسبه شده}} - m_{P, \text{مشاهده شده}} = -2.5 (\alpha + 1) \log(1 + z)$$

ط) قرمزگرایی گویی‌ها را تا سه رقم اعشار در جدول I پاسخ‌نامه گزارش کنید.

بخش سوم:

همان طور که می‌دانید رابطه‌ی بین فاصله‌ی درخشنده‌ی و فاصله‌ی همراه به صورت $d_L = \chi(1 + z)$ است.

ی) فاصله‌ی همراه بر حسب مگاپارسک را برای این ۶ گویی تا دو رقم اعشار به دست آورده و در جدول II پاسخ‌نامه یادداشت کنید.

ک) برای قرمزگرایی‌های کوچک، رابطه‌ی فاصله‌ی درخشنده‌ی و قرمزگرایی با تقریب مرتبه‌ی دوم به شکل زیر است

$$d_L = \frac{cz}{H_0} \left[1 + \frac{1 - q_0}{2} z \right]$$

که در آن H_0 ثابت هابل و q_0 پارامتر کندشوندگی است. با برازش خط مناسب مقادیر H_0 و q_0 را به دست آورید.

ل) برای قرمزگرایی‌های کوچک، رابطه فاصله‌ی ویژه و قرمزگرایی با تقریب مرتبه‌ی دوم به شکل زیر است.

$$d_{p,0} = \frac{cz}{H_0} \left[1 - \frac{1 + q_0}{2} z \right]$$

با توجه به این رابطه و مقادیر H_0 و q_0 ، فاصله‌ی ویژه بر حسب مگاپارسک را تا دو رقم اعشار برای این گویی‌ها به دست آورده و در جدول II پاسخ‌نامه یادداشت کنید.

م) نمودار فاصله‌ی ویژه بر حسب فاصله‌ی همراه $d_{p,0}$ بر حسب χ را برای این ۶ گویی رسم کنید.

ن) رابطه‌ی فاصله‌ی ویژه و فاصله‌ی همراه برای ۳ نوع کیهان تخت، بسته و باز در ادامه آمده است.

$$d_{p,0} = \chi \quad (k = 0)$$

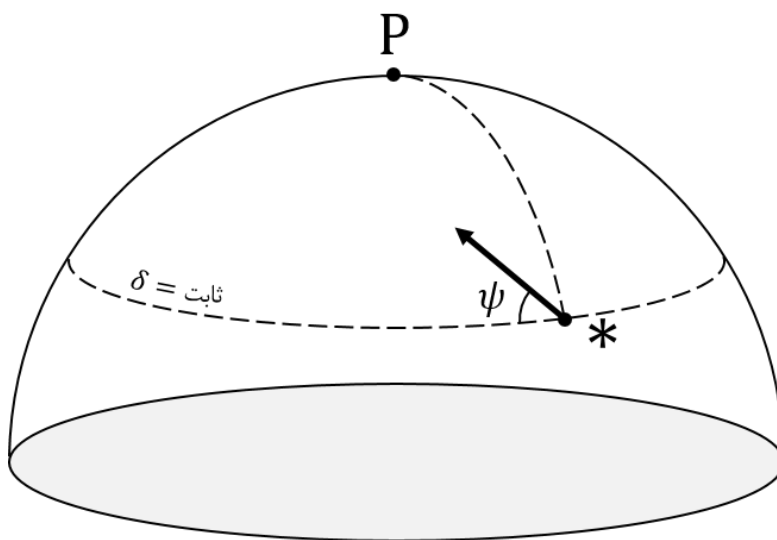
$$d_{p,0} = \frac{1}{\sqrt{k}} \sin^{-1}(\chi \sqrt{k}) \quad (k > 0)$$

$$d_{p,0} = \frac{1}{\sqrt{|k|}} \sinh^{-1}(\chi \sqrt{|k|}) \quad (k < 0)$$

آیا می‌توان نوع کیهان را با استفاده از نمودار بخش «م» تعیین کرد؟

سؤال ۲: ستاره‌ی بارنارد و مسابقه‌ی نجومی (۲۸۰ نمره)

در سال ۲۱۰۰، مسابقه‌ای با نام Elementary Astronomy Spark در کشور آمریکا برگزار خواهد شد که قرار است به بهترین ایده‌ی نجومی قدمتی قرن ۲۱ م، جایزه‌ای به ارزش ۱ میلیون دلار تعلق گیرد. یک منجم و عکاس اهل New York قصد دارد با استفاده از اطلاعات نجومی خود، حرکت خاصی ستاره‌ی بارنارد را محاسبه کند و برنده‌ی مسابقه شود. برای این کار، این منجم با توجه به عکس‌هایی که از ستاره‌ی بارنارد در اختیار دارد، بُعد آن را در تاریخ‌های مختلف اندازه گرفته و در جدول ۴ یادداشت می‌کند. تمامی عکس‌ها در یک روز مشخص از سال گرفته شده‌اند. در این سوال قصد داریم روش منجم برای محاسبه‌ی حرکت خاصی بارنارد را بررسی کنیم.



شکل ۲

منظور از حرکت خاصه در راستای بعد/میل، مؤلفه‌ی سرعت زاویه‌ای ستاره در راستای بعد/میل است. یعنی

$$\mu_{\alpha} = \mu \cos \psi \quad \mu_{\delta} = \mu \sin \psi$$

محاسبات میانی را حداقل تا ۷ رقم اعشار انجام دهید.

الف) نشان دهید تغییر بعد ستاره ناشی از حرکت خاصه ($\Delta\alpha_p$) بر حسب زمان در رابطه زیر صدق می‌کند

$$\Delta\alpha_p = \frac{\mu_{\alpha}}{\cos \delta_0} \Delta t + \mu_{\delta} \tan \delta_0 \Delta t \Delta\alpha_p$$

که δ_0 و α_0 میل و بعد ستاره در سال ۲۰۰۰ هستند. Δt زمان سپری شده از سال ۲۰۰۰ میلادی است.

ب) تغییر بعد ستاره ناشی از حرکت تقدیمی زمین ($\Delta\alpha_{\text{تقدیمی}}$) را به دست آورده و در جدول III پاسخ‌نامه وارد کنید.

رابطه‌ی تغییر بعد ناشی از حرکت تقدیمی در انتهای سؤال داده شده است. در صورت نیاز می‌توانید از شکل پیوست استفاده کنید.

ج) با بهره‌گیری از نتیجه‌ی قسمت «ب»، $\Delta\alpha_p$ را به دست آورده و در جدول III پاسخ‌نامه وارد کنید.

د) با برازش منحنی مناسب، حرکت خاصه‌ی ستاره بارنارد در راستای بعد را محاسبه کنید.

ه) استدلال کنید که چرا نمی‌توان حرکت خاصه‌ی بارنارد در راستای میل را به این روش حساب کرد.

این منجم بعد از رویارویی با این مشکل، روش تازه‌ای پیدا کرده که با استفاده از آن می‌تواند حرکت خاصه‌ی بارنارد را حساب کند. در نتیجه محاسبه‌ی حرکت خاصه در راستای میل ممکن می‌شود. در این روش، او فاصله‌ی زاویه‌ای بارنارد و یکی از ستاره‌های زمینه به نام TYC 425 را در هر عکس محاسبه کرده و در جدول ۴ ثبت می‌کند. سرعت خاصه‌ی TYC 425 به قدری اندک است که می‌توان از آن در مقابل سرعت خاصه‌ی بارنارد صرف نظر کرد.

و) ثابت کنید فاصله‌ی زاویه‌ای بارنارد و ستاره‌ی TYC 425 از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید.

$$\theta^2 = (\theta_0^2 + \mu^2 t_0^2) - 2\mu^2 t_0 t + \mu^2 t^2$$

θ_0 فاصله‌ی زاویه‌ای کمینه‌ی ۲ ستاره، μ حرکت خاصه‌ی بارنارد و t_0 زمان کمینه شدن فاصله‌ی زاویه‌ای ۲ ستاره است.

ز) با توجه به این که رابطه‌ی قسمت «و» را نمی‌توان خطی کرد، باید با استفاده از روش کمترین مربعات، به داده‌ها منحنی درجه ۲ به فرم کلی زیر برازش کنیم.

$$y = a + bx + cx^2$$

با کمینه کردن پارامتر χ^2 ، معادله‌های مورد نیاز برای تعیین a ، b و c را به دست آورید. نیازی به محاسبه‌ی رابطه‌ی صریح هر پارامتر نیست.

ح) با حل معادلات قسمت قبل، حرکت خاصه‌ی ستاره‌ی بارنارد را به دست آورده و به کمک آن، مؤلفه‌ی حرکت خاصه در راستای میل را تعیین کنید.

ط) مسیر حرکت ستاره‌ی بارنارد را در شکل پیوست رسم کنید. در صورت نیاز، می‌توانید از نتایج قسمت‌های قبل استفاده کنید. نیازی به مشخص کردن موقعیت ستاره‌ی بارنارد در هر تاریخ نیست.

رابطه ی تغییر بعد ناشی از حرکت تقدیمی:

$$\Delta \alpha_{\text{تقدیمی}} = M + N \sin \alpha_0 \tan \delta_0$$

در رابطه ی بالا α_0 و δ_0 ، بعد و میل ستاره در سال ۲۰۰۰ هستند.

$$M (^{\circ}) = 1,2812323 T + 0,0003879 T^2 + 0,0000101 T^3$$

$$N (^{\circ}) = 0,5567530 T - 0,0001185 T^2 - 0,0000116 T^3$$

در روابط بالا، T به صورت زیر تعریف می شود.

$$T \equiv \frac{t_{\text{yr}} - 2000}{100}$$

t_{yr} سال میلادی است.

جدول ۴ - α و θ در زمان های مختلف

#	سال عکس برداری	α	θ
1	2000	17h 57.8250m	17' 21"
2	2006	17h 58.1162m	16' 48"
3	2011	17h 58.3588m	16' 23"
4	2016	17h 58.6013m	15' 59"
5	2024	17h 58.9891m	15' 27"
6	2029	17h 59.2314m	15' 10"
7	2036	17h 59.5706m	14' 50"
8	2042	17h 59.8611m	14' 38"
9	2050	18h 00.2483m	14' 29"
10	2060	18h 00.7321m	14' 28"
11	2069	18h 01.1672m	14' 37"
12	2076	18h 01.5055m	14' 52"
13	2085	18h 01.9401m	15' 18"
14	2091	18h 02.2297m	15' 40"
15	2100	18h 02.6639m	16' 20"

سؤال ۳: تیر آخر (۳۶۰ نمره)

در خرداد ماه ۱۳۹۶ عوامل گروهک تکفیری داعش اقدام به انجام حملاتی تروریستی کردند که موجب به شهادت رسیدن تنی چند از هموطنان عزیزمان گردید. اندکی بعد، در پاسخ به حملات تروریستی این گروهک تکفیری، نیروهای نظامی کشورمان تعدادی موشک را به سمت یکی از پایگاه های مهم این گروهک در شهر دیرالزور سوریه پرتاب کردند. به تازگی نیروهای اطلاعاتی کشورمان تعدادی عملیات در دست طراحی توسط این گروهک را کشف کرده اند و تمامی عناصر مربوط را از بین برده اند؛ اما از آن جا که فهمیده اند تکفیری ها عملیات های جدیدی در دست طراحی دارند، قصد دارند یکی از مقرهای مهم رهبری این گروهک را با شلیک موشکی منهدم کنند یا به عبارتی تیر آخر را روانه ی دشمن نمایند. این موشک قرار است از ایستگاه موشکی تهران (مختصات $\phi_T = 35^\circ 30' N$ و $l_T = 51^\circ 30' E$) به مقر تکفیری ها در شهر دیرالزور (مختصات $\phi_D = 35^\circ 20' N$ و $l_D = 40^\circ 09' E$) شلیک شود.

به علت تنگنای زمانی، نیروهای نظامی با دانستن این که فاصله ی مبدأ و مقصد کوتاه است، فقط نیروی گرانشی را در محاسبات خود در نظر گرفته اند. با این حال، ادعا شده که اثر نیروی اصطکاک قابل صرف نظر نیست و این امر موجب کشته یا زخمی شدن تعداد بسیار زیادی غیرنظامی می شود. بنابراین سازمان های امنیتی کشور از شما به عنوان کارشناس موشکی دعوت به عمل آورده اند تا در این عملیات حساس کمک کنید.

همان طور که می دانید برای پرتاب موفق یک موشک باید به نکات مختلف و گوناگونی توجه داشت؛ از جمله نیروی گرانش، نیروی اصطکاک، جریان باد، چرخش زمین و ...

در این مساله فقط به بررسی اثرات نیروی گرانش و اصطکاک می پردازیم.

بخش اول

در اولین قدم از بررسی های خود باید مدل مناسبی برای نیروی اصطکاک بیابید. یک مدل استاندارد برای نیروی اصطکاک جو به صورت زیر است.

$$F = \gamma m v^\alpha$$

در این رابطه γ ثابتی مثبت است و $\gamma \ll 1$. طبق مدل های علمی پیشنهادی، $\alpha = 1$ یا $\alpha = 2$ است.

توجه کنید جهت نیروی اصطکاک در خلاف جهت سرعت است.

برای یافتن مدل مناسب، از آن جا که موشک وارد ارتفاع های زیاد نمی شود، باید ابتدا جسمی نورانی را در مدار دایره ای در ارتفاع پایین قرار داد و سپس با اندازه گیری فاصله و بررسی مسیر حرکت آن، مقدار مناسب α و γ را برگزید. مقادیر به دست آمده برای فاصله ی جسم تا مرکز زمین در زمان های مختلف در جدول ۵ آورده شده است.

جدول ۵ - فاصله ی جسم تا مرکز زمین در زمان های مختلف

#	t (s)	r (10^6 m)
1	40	9.26
2	80	8.96
3	120	8.66
4	160	8.37
5	200	8.08
6	240	7.80
7	270	7.59
8	300	7.38
9	330	7.18
10	360	6.98
11	400	6.72
12	440	6.46

معقول است مدار جسم در هر لحظه دایره ای فرض شود؛ چرا که γ بسیار کوچک است.

الف) با نوشتن رابطه ی بین گشتاور و تکانه زاویه ای در مدار دایره ای، رابطه ی شعاع مداری جسم بر حسب زمان را به ازای $\alpha = 1$ به دست آورید.

راهنمایی: رابطه ی بین گشتاور و تکانه ی زاویه ای به صورت زیر است.

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

ب) رابطه ی به دست آمده در قسمت قبل را خطی سازی کنید. سپس با برازش خط مناسب بر داده ها، γ را به دست آورید. رگرسیون برازش خود را تا ۶ رقم معنادار گزارش کنید.

ج) حال به ازای $\alpha = 2$ ، قسمت «الف» را مجدداً حل کنید.

د) رابطه‌ی به دست آمده در قسمت قبل را خطی‌سازی کنید. سپس با برازش خط مناسب بر داده‌ها، γ را به دست آورید. رگرسیون برازش خود را تا ۶ رقم معنادار گزارش کنید.

ه) برازش‌های قسمت «ب» و «د» را با یک دیگر مقایسه کنید. کدام یک مدل بهتری است؟ با توجه به مدل انتخابی α و γ را گزارش کنید.

و) با توجه به مدل انتخابی، نمودار خطی داده‌ها و خط برازش شده را رسم کنید.

بخش دوم

حال باید با استفاده از α و γ به دست آمده در قسمت قبل، حرکت موشک پیش‌بینی شود. ابتدا قرار بود موشک در مداری با خروج از مرکز $e = ۰.۲۳$ پرتاب شود.

ز) نیم‌قطر اطول مدار موشک و زاویه‌ی پرتاب موشک نسبت به سطح زمین را بیابید.

راهنمایی: رابطه‌ی زاویه‌ی پرواز با زاویه آنومالی به صورت زیر است.

$$\tan \gamma = \frac{e \sin \theta}{1 + e \cos \theta}$$

با استفاده از معادله‌ی کپلر، زمان تقریبی برخورد موشک در نبود اصطکاک، $۱۴۸/۶$ S است. برای تحلیل حرکت موشک با وجود اصطکاک، دستگاه مختصات یادساعتگردی در مرکز زمین در نظر بگیرید که محور γ آن به سوی تهران است و محور x آن به گونه‌ای است که مؤلفه‌ی v_x موشک در لحظه‌ی پرتاب، مثبت باشد. دقت کنید این دستگاه هم‌صفحه با صفحه‌ی مداری موشک است. حال باید با هدف یافتن مکان برخورد موشک و مدت زمان پرواز آن، پارامترهای موشک را در چند بازه‌ی زمانی حساب کنید. این پارامترها عبارت‌اند از:

مؤلفه‌ی x مکان، مؤلفه‌ی γ مکان، فاصله از مرکز زمین (r)، سرعت در راستای x (v_x)، سرعت در راستای γ (v_γ)، شتاب در راستای x (a_x)، شتاب در راستای γ (a_γ)، زاویه‌ی بردار مکان موشک با محور x (θ) و زاویه‌ی بردار سرعت موشک با محور x (θ_v).

در اولین ستون جدول IV پاسخ‌نامه، زمان‌هایی نوشته شده‌اند که از لحظه‌ی پرتاب موشک سنجیده می‌شوند و فاصله‌ی بین آن‌ها ۱۰ ثانیه است.

ح) پارامترهای موشک را برای زمان‌های نوشته شده در جدول IV پاسخ‌نامه تا اولین زمان بعد از برخورد موشک به زمین به دست آورید و در این جدول یادداشت کنید. سایر ردیف‌های جدول را خالی بگذارید.

توجه: برای محاسبه‌ی پارامترها در هر زمان، از پارامترهای زمان قبلی استفاده کنید. شتاب موشک را در هر بازه‌ی زمانی، تقریباً ثابت و برابر با شتاب ابتدای بازه فرض کنید. در محاسبات میانی خود تمامی اعداد را حداقل تا ۶ رقم معنادار نگه دارید. دو ستون آخر جدول برای نوشتن محاسبات میانی هستند و پیرکردن آن‌ها نمره‌ای ندارد.

ط) داده‌های به دست آمده برای مکان موشک را در نمودار میلی‌متری رسم کنید. توجه کنید محورهای مختصاتتان باید دقیقاً مانند تعریف سوال باشد؛ اما نیازی نیست که تقاطع محورهای مختصات، نقطه‌ی (۰, ۰) را نشان دهد.

ی) زمان و مختصات تقریبی (عرض و طول جغرافیایی) نقطه‌ی برخورد موشک را بیابید.

راهنمایی: برای یافتن مختصات نقطه‌ی برخورد، از یافتن فاصله‌ی زاویه‌ای این نقطه تا تهران شروع کنید.

ک) همان طور که هنگام حل سوال هم متوجه شدید، تمامی کارهایی که انجام دادید بسیار وقت گیر بودند و ممکن بود در این مدت نیروهای تکفیری مقر خود را ترک کرده باشند. یکی از راهکارهای جایگزین، صرف نظر کردن از نیروی اصطکاک و بیشتر کردن قدرت تخریب (یا به عبارتی شعاع تخریب) موشک است. برای موفقیت در این عملیات، شعاع تخریب موشک چه قدر باید باشد؟ به خاطر این تصمیم، چه تعداد انسان ممکن است کشته یا زخمی شوند؟ با توجه به حس انسان دوستی خود، آیا رساندن قدرت تخریب موشک به این سطح، کار درستی است؟

فرض کنید ۷ میلیارد انسان روی کره‌ی زمین کاملاً همگن پخش شده‌اند و ۷۵٪ سطح زمین را آب پوشانده است (طبعاً این نقاط غیر قابل سکونت هستند!).

روابط برازش

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - (a + bx_i + cx_i^2))^2$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{A} + \mathbf{B}\mathbf{x}$$

$$d_i = y_i - (A + Bx_i)$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N y_i(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \quad A = \bar{y} - B\bar{x}$$

$$(\Delta B)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-2} = \frac{B^2}{n-2} \left(\frac{1}{r^2} - 1 \right)$$

$$(\Delta A)^2 = \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2} \right) \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-2} = \bar{x}^2 (\Delta B)^2$$

$$r = \frac{\overline{xy} - \bar{x}\bar{y}}{\sqrt{(\overline{x^2} - \bar{x}^2)(\overline{y^2} - \bar{y}^2)}}$$

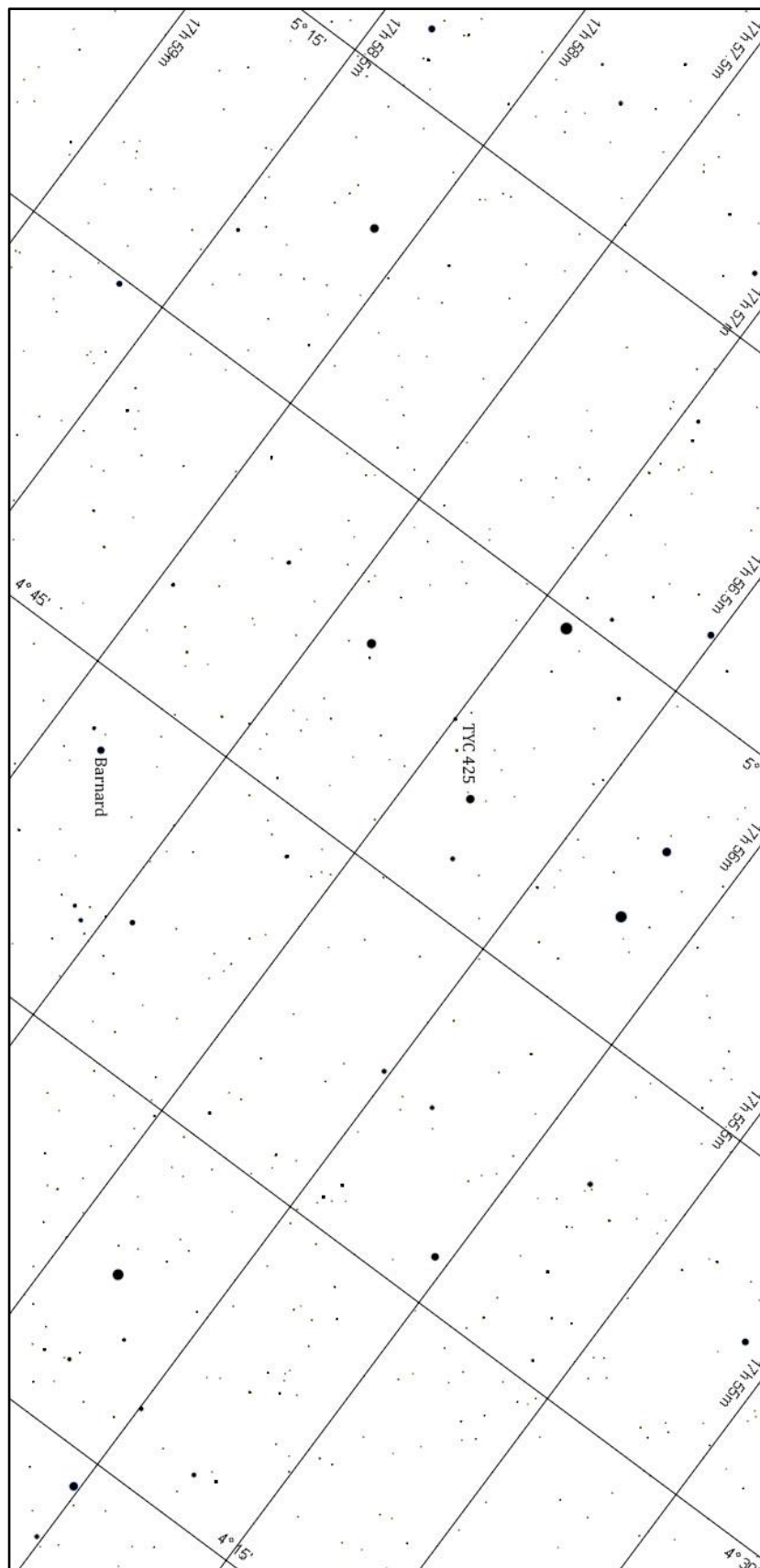
$$\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$$

$$d_i = y_i - Bx_i$$

$$B = \frac{\sum_{i=1}^N x_i y_i}{\sum_{i=1}^N x_i^2}$$

$$(\Delta B)^2 = \frac{1}{\sum_{i=1}^N x_i^2} \frac{\sum_{i=1}^N d_i^2}{N-1}$$

شکل سؤال ۲: تصویر ستاره‌ی بارنارد در سال ۲۰۰۰ میلادی



آزمون‌های
رصد



وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های پایان دوره

آزمون رصد غیرمسّح

(۲ و ۳ شهریور ۱۳۹۶ - ساعت ۲۳:۳۰ تا ۱:۳۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون ۳ سؤال دارد و زمان آن ۱۲۰ دقیقه است. این دفترچه ۱۳ برگ یک رو دارد.
۲. نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی برگه ی اول بنویسید.
۳. پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.
۴. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت، ماشین حساب و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

سؤال ۱ (۴۰ نمره)

نقشه های A و B که در ادامه می بینید، صورت های فلکی دوره ی اسکاندیناوی باستان^۱ را نشان می دهند.

الف) مردم اسکاندیناوی باستان اعتقاد داشتند که بعضی از ستاره ها بد یمن هستند؛ در نتیجه آن ها را از نقشه های خود حذف می کردند. در یکی از نقشه های A و B، تمام ستاره های اصلی یک صورت فلکی امروزی حذف شده اند. در کادر زیر، نام امروزی این صورت فلکی و حرف لاتین نقشه ی آن را بنویسید.

ب) از میان صورت های فلکی اسکاندیناوی باستان که به طور کامل در نقشه ی A مشخص هستند، کدام یک یا کدام ها، حتی به طور ناقص، در نقشه ی B هم دیده می شوند؟ (نوشتن نام های اضافی، نمره ی منفی دارد).

ج) در یکی از نقشه ها ستاره ی قطبی (Polaris) قرار گرفته است. این ستاره را با نماد → روی نقشه مشخص کرده و حرف لاتین نقشه را در کادر زیر بنویسید.

د) دایره ی صغیره ی حرکت تقدیمی قطب شمال آسمان را در هر کدام از نقشه ها که قرار دارد، رسم کنید و حرف لاتین نقشه یا نقشه ها را در کادر زیر بنویسید.

در ادامه مبدأ زمانی را **حال حاضر** فرض کنید. ستاره‌ی بتای صورت فلکی Eagle روی نقشه مشخص شده است.

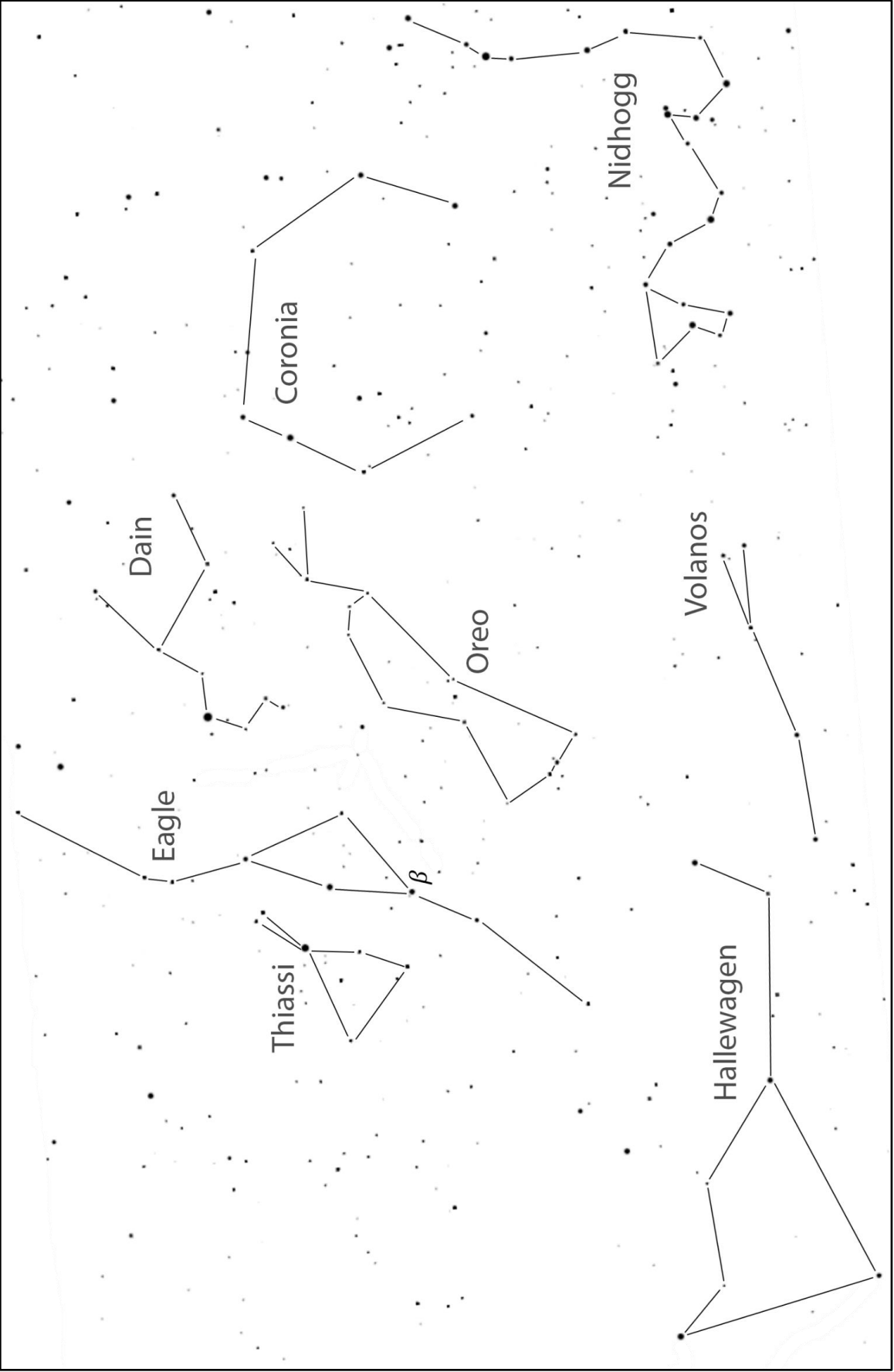
ه) از میان ستاره‌های پرنورتر از بتای Eagle که در فاصله‌ی زاویه‌ای ۳۰ درجه از آن قرار دارند، کدام یک در طول ۱۰۰۰۰ سال آینده می‌تواند به فاصله‌ی کمتر از ۵ درجه از قطب شمال آسمان قرار گیرد؟

زمانی را در نظر بگیرید که یکی از ستاره‌های صورت فلکی Muca منطبق بر قطب شمال آسمان بوده است. سپس به قسمت‌های زیر پاسخ دهید.

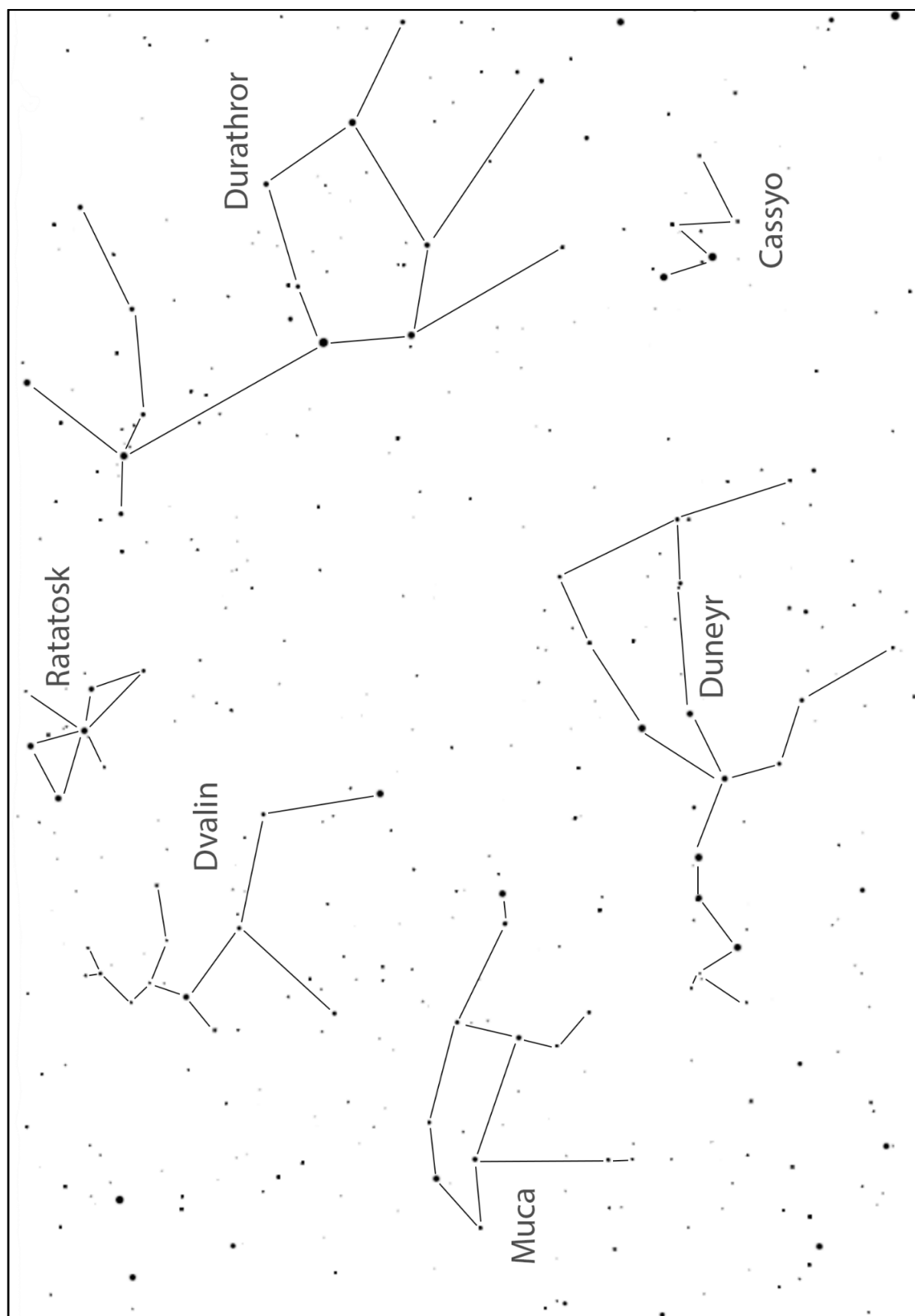
و) محاسبه کنید این اتفاق چند سال قبل افتاده است. راه حل خود را به طور کامل در کادر زیر بنویسید. نیازی به ساده‌سازی جواب آخر نیست و در صورت نیاز می‌توانید آن را به صورت کسری گزارش کنید.

ز) نقطه‌ی اعتدال پاییزی در آن زمان در کدام صورت فلکی امروزی قرار داشته است؟

ح) برای ناظری که در آن زمان در شهر کپنهاگ باستان^۱ با مختصات جغرافیایی 52° N , 12° E قرار داشته است، کدام صورت‌های فلکی امروزی دور قطبی بوده‌اند؟ برای دور قطبی بودن یک صورت فلکی کافی است یکی از ستارگان اصلی آن دور قطبی باشد. (نوشتن نام‌های اضافی، نمره‌ی منفی دارد.)



نقشه ی A



نقشه‌ی B

سؤال ۲ (۴۰ نمره)

با توجه به نقشه‌ی C به قسمت‌های زیر پاسخ دهید.

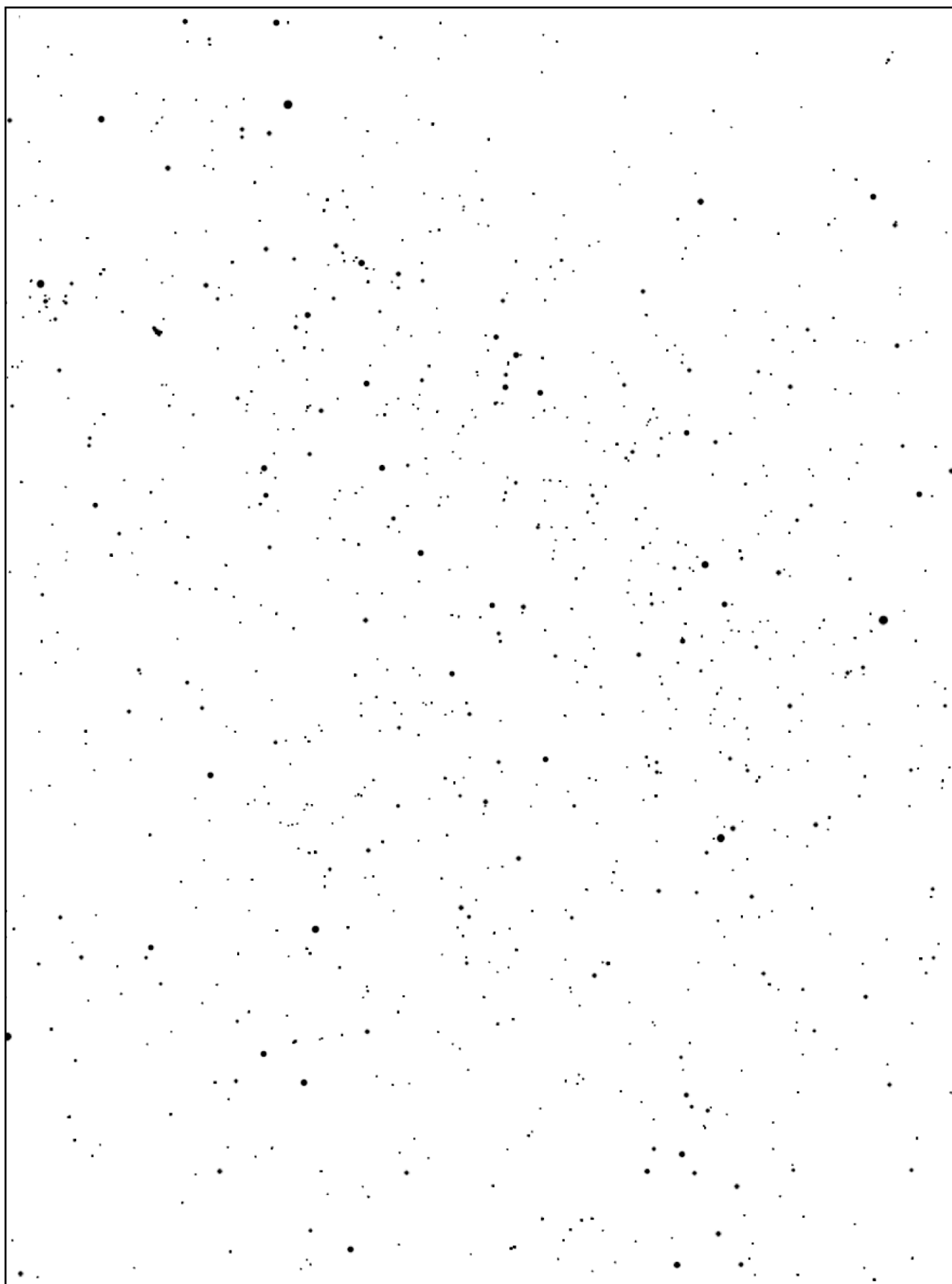
الف) نام صورت‌های فلکی که حداقل یک ستاره‌ی اصلی آن‌ها در ناحیه‌ی محصور بین استوای سماوی، دایرة البروج و استوای کهکشانی قرار می‌گیرد را در کادر زیر بنویسید و نام بایر ستاره‌هایشان را از آلفا تا دلتا بر روی نقشه مشخص کنید. ناحیه‌ی محصور را برای عرض‌های مثبت استوایی و دایرة البروجی و عرض‌های منفی کهکشانی در نظر بگیرید.

ب) مساحت ناحیه‌ی محصور به دست آمده در قسمت قبل، چه کسری از کره‌ی آسمان است؟ راه حل خود را به طور کامل در کادر زیر شرح دهید. نیازی به ساده‌سازی جواب آخر نیست و در صورت نیاز می‌توانید آن را به صورت کسری گزارش کنید.

ج) نام اولین صورت فلکی که بر اثر حرکت تقدیمی از ناحیه‌ی مثلثی محصور خارج می‌شود را در کادر زیر بنویسید.

د) چند سال بعد ناحیه‌ی محصور از شکل مثلثی خود خارج می‌شود؟ راه حل خود را در کادر زیر شرح دهید.

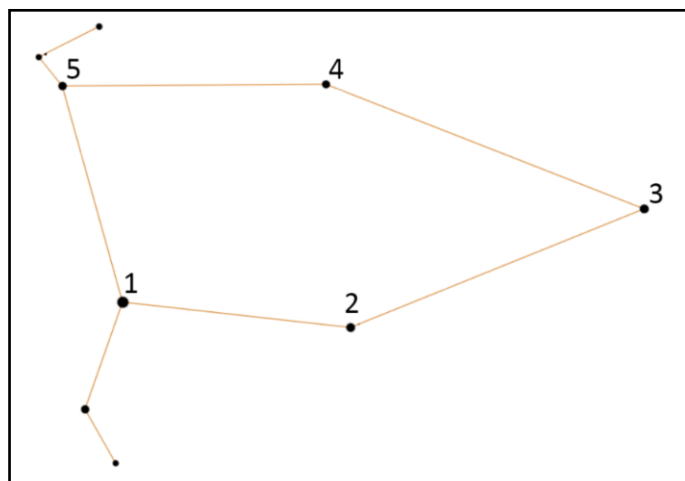
ه) بر روی نقشه، قطب شمال دایرة البروجی و قطب جنوب کهکشانی را مشخص کرده و نام صورت‌های فلکی که دایره‌ی عظیمه‌ی واصل این دو قطب از روی خطوط آن‌ها عبور می‌کند را در کادر زیر بنویسید.



نقشه ی C

سؤال ۳ (۴۰ نمره)

بر اثر عطسه ی یکی از دانش پژوهان، ناگهان صورت فلکی قیفاووس منفجر و از نقشه حذف می شود. شکل زیر صورت فلکی قیفاووس را نشان می دهد. با توجه به آسمان بالای سر خود به قسمت های زیر پاسخ دهید.



الف) ستاره های زیر، چند درجه در آسمان جابه جا شده و در کدام صورت های فلکی قرار خواهند گرفت؟ جواب را در جدول ۱ بنویسید.

- ستاره ی ۱ که حداکثر ۲۰ درجه در آسمان پرتاب شده است، در فاصله ی ۱ دقیقه ای پرنورترین ستاره ی ممکن قرار گرفته است.
- ستاره ی ۲ از موقعیت اولیه ی خود نسبت به ستاره ی بتا-ذات الکرسی در مکان قرینه قرار گرفته است.
- میل ستاره ی ۳، با حفظ بُعد، ۵۵ درجه تغییر کرده است.
- بُعد ستاره ی ۵، با حفظ میل، ۴ ساعت کاهش یافته است.

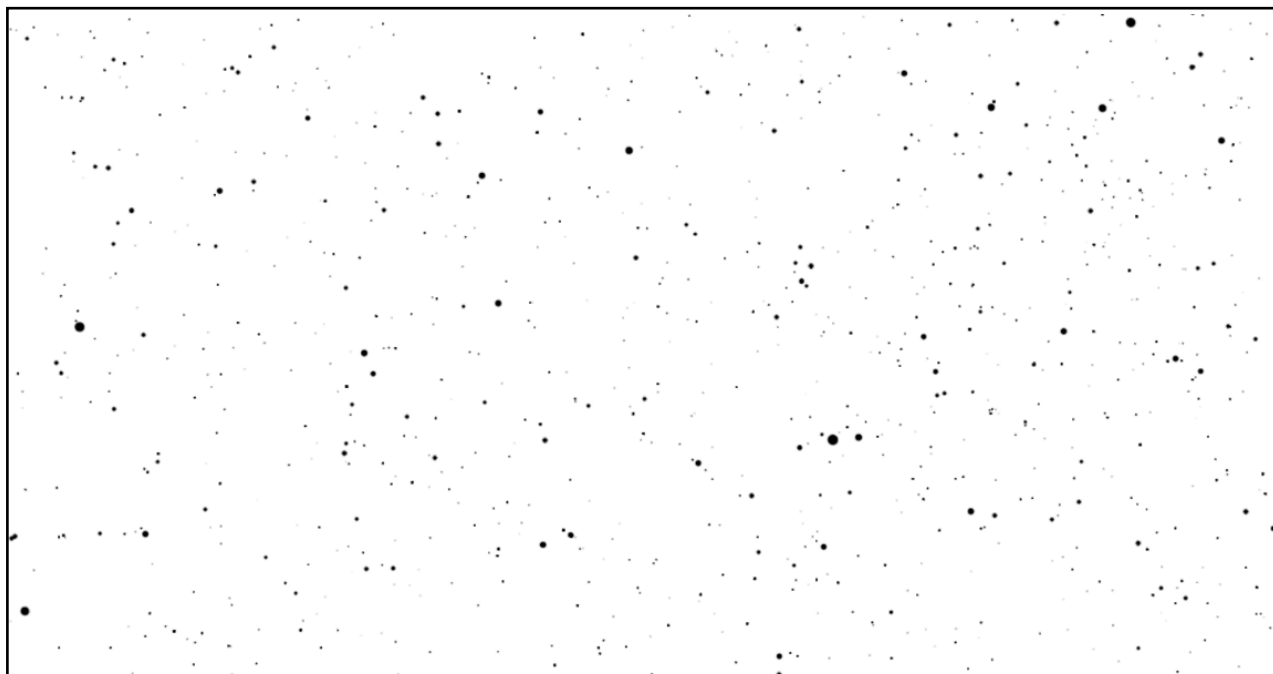
جدول ۱

شماره ی ستاره	میزان پرتاب شدن (درجه)	صورت فلکی جدید
۱		
۲		
۳		
۴		
۵		

ب) اگر ستاره ی ۴ در فاصله ی ۱ دقیقه ای پرنورترین ستاره ی صورت فلکی جدی قرار گرفته باشد، چند درجه در آسمان پرتاب شده است؟ جواب خود را در کادر زیر بنویسید.

حال، موقعیت جدید ستاره های صورت فلکی قیفاووس را در نظر گرفته و به قسمت های «ج» تا «ه» پاسخ دهید.

ج) دایره ی صغیره ای به مرکز موقعیت جدید ستاره ی ۴ و قطر ۴۸ درجه در نظر بگیرید و ۱۰ ستاره ی پرنور در این دایره را به ترتیب کاهش قدر بر روی نقشه ی زیر مشخص کنید. توجه کنید که اندازه ی ستارگان در نقشه دست کاری شده است!



د) نزدیک ترین قطب از میان قطبین دستگاه های مختصات «استوایی، دایرة البروجی و کهکشانی» به هر ستاره را در جدول ۲ بنویسید.

جدول ۲

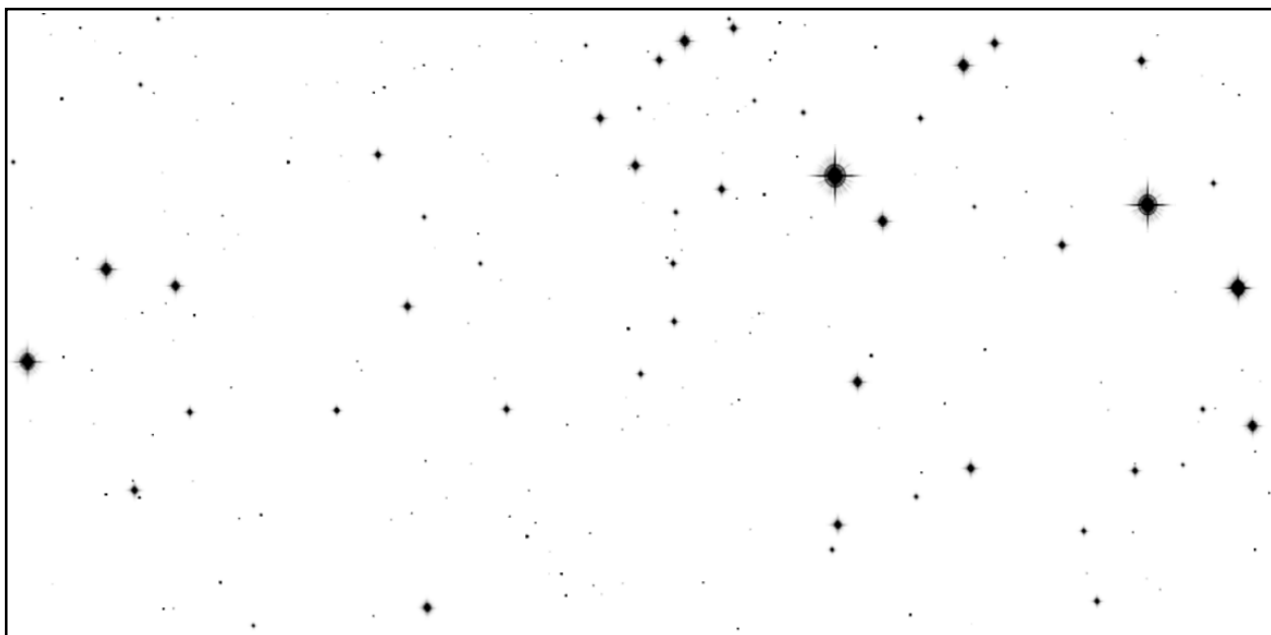
شماره ی ستاره	نزدیک ترین قطب	شماره ی ستاره	نزدیک ترین قطب
۱		۴	
۲		۵	
۳			

ه) بیشترین و کمترین فاصله‌ی زاویه‌ای بین ستاره‌های صورت فلکی قیفاووس، پیش و پس از انفجار مربوط به کدام دو ستاره است؟ جواب خود را در جدول ۳ بنویسید.

جدول ۲

پیش از انفجار	پس از انفجار	
		کمترین
		بیشترین

با توجه به نقشه‌ی زیر که ابعاد آن 8×16 درجه است، به قسمت‌های «و» و «ز» پاسخ دهید.



و) نام صورت‌های فلکی موجود در نقشه را در کادر زیر بنویسید.

ز) کدام یک از ستاره‌های صورت فلکی منفجر شده در نقشه حضور دارند؟ جواب خود را در کادر زیر بنویسید.



وزارت آموزش و پرورش

مرکز ملی پرورش استعداد های درخشان و دانش پژوهان جوان

مبارزه ی علمی برای جوانان، زنده کردن روح جست و جو و کشف واقعیت هاست. «امام خمینی (ره)»



سیزدهمین دوره ی المپیاد نجوم و اخترفیزیک

آزمون های پایان دوره

آزمون رصد مسلّح

(۳ و ۴ شهریور ۱۳۹۶ - ساعت ۲۳:۰۰ تا ۴:۰۰)

توضیحات مهم:

۱. این آزمون از ۳ ایستگاه تشکیل شده است.
۲. نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی برگه ی اوّل هر ایستگاه بنویسید.
۳. پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.
۴. همراه داشتن هر گونه کتاب، جزوه، یادداشت، ماشین حساب و لوازم الکترونیکی مجاز نیست.

آزمون رصد مسلح

ایستگاه اول

(زمان: ۱۳ دقیقه)

در این کادر چیزی ننویسید.

نام و نام خانوادگی:

توضیحات مهم:

- در این ایستگاه ۷ برگ یک رو و یک چراغ قوه در اختیار شما قرار گرفته است.
- نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی برگه اول بنویسید.
- پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.
- از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم زدن تنظیمات اولیه آن اکیداً خودداری کنید.

بخش اول

در منطقه‌ای از آسمان که در نقشه‌های ۱ و ۲ با علامت ○ مشخص شده است، تعدادی ستاره وجود دارد که صورت‌واره‌ی آباس نامیده می‌شود.

الف) با توجه به نقشه‌های ۱ و ۲، صورت‌واره‌ی آباس را در مرکز چشمی تلسکوپ قرار دهید و پس از سفت کردن پیچ‌های تلسکوپ آن را برای تأیید به ناظر نشان دهید.

تأیید ناظر

محل امضا

ب) قدر چند ستاره از صورت‌واره‌ی آباس در نقشه‌ی ۳ آمده است. قدر ستاره‌های زیر در نقشه‌ی ۳ را تخمین بزنید. دقت کنید اندازه‌ی ستاره‌های این صورت‌واره در نقشه‌ها تغییر داده شده است.

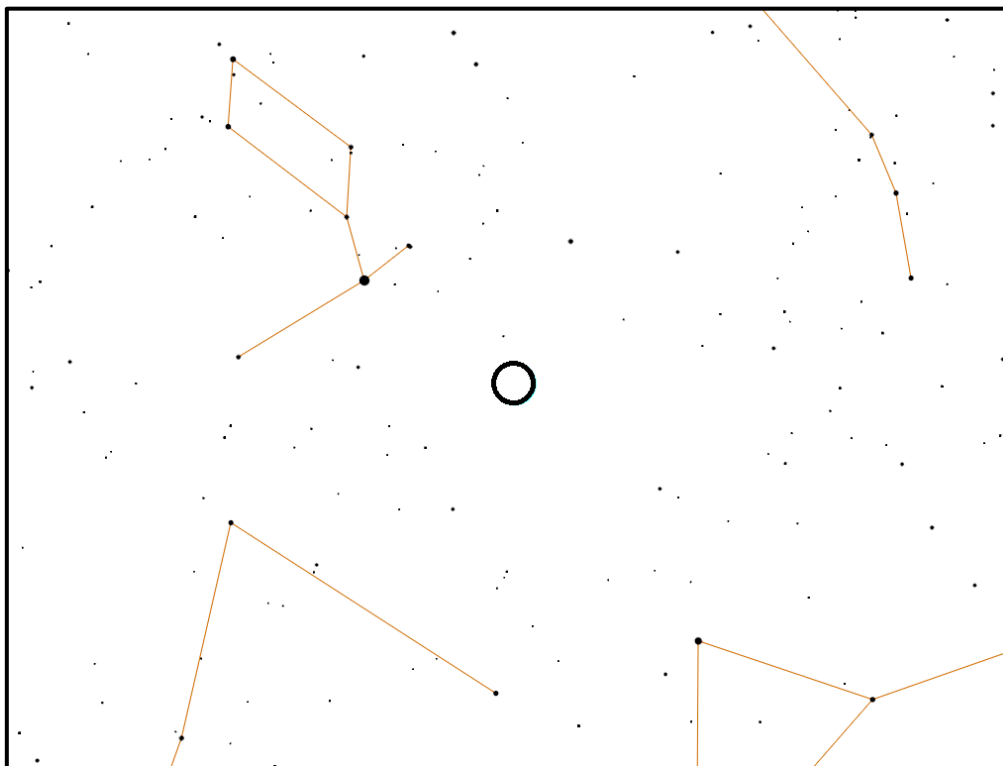
A

B

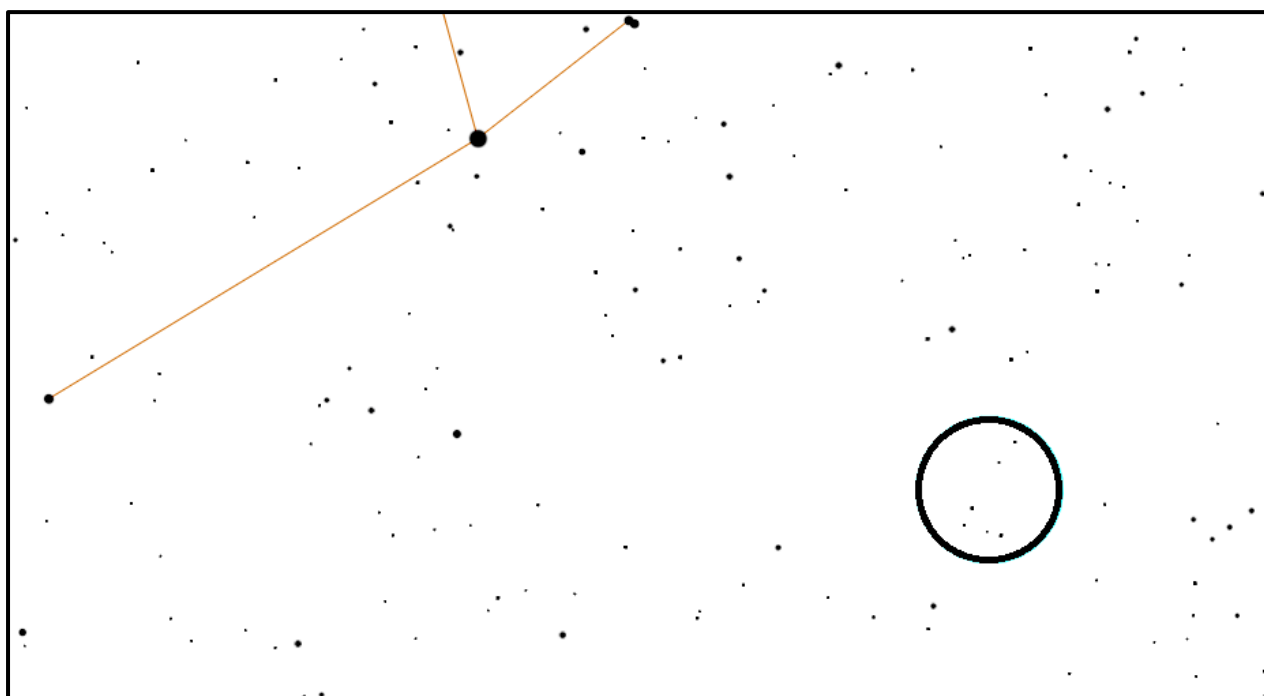
C

D

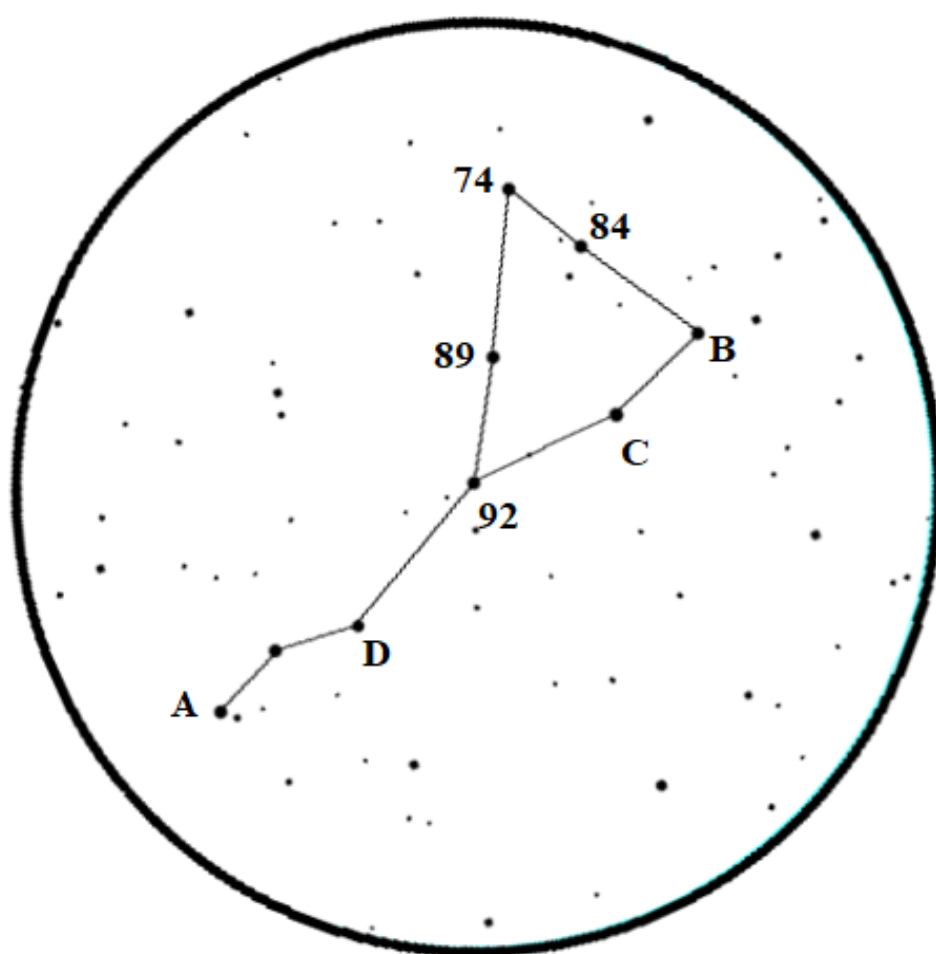
ج) در نقشه‌ی ۴، این صورت‌واره در زمینه‌ی آسمان نشان داده شده است. ابتدا میدان دید چشمی تلسکوپ را به مرکز ستاره‌ی A در نقشه رسم کنید. سپس جهت‌های اصلی، ستاره‌ی دارای بیشترین میل و ستاره‌ی دارای بیشترین بعد از بین ستارگان اصلی این صورت‌واره را در نقشه‌ی ۴ مشخص کنید.



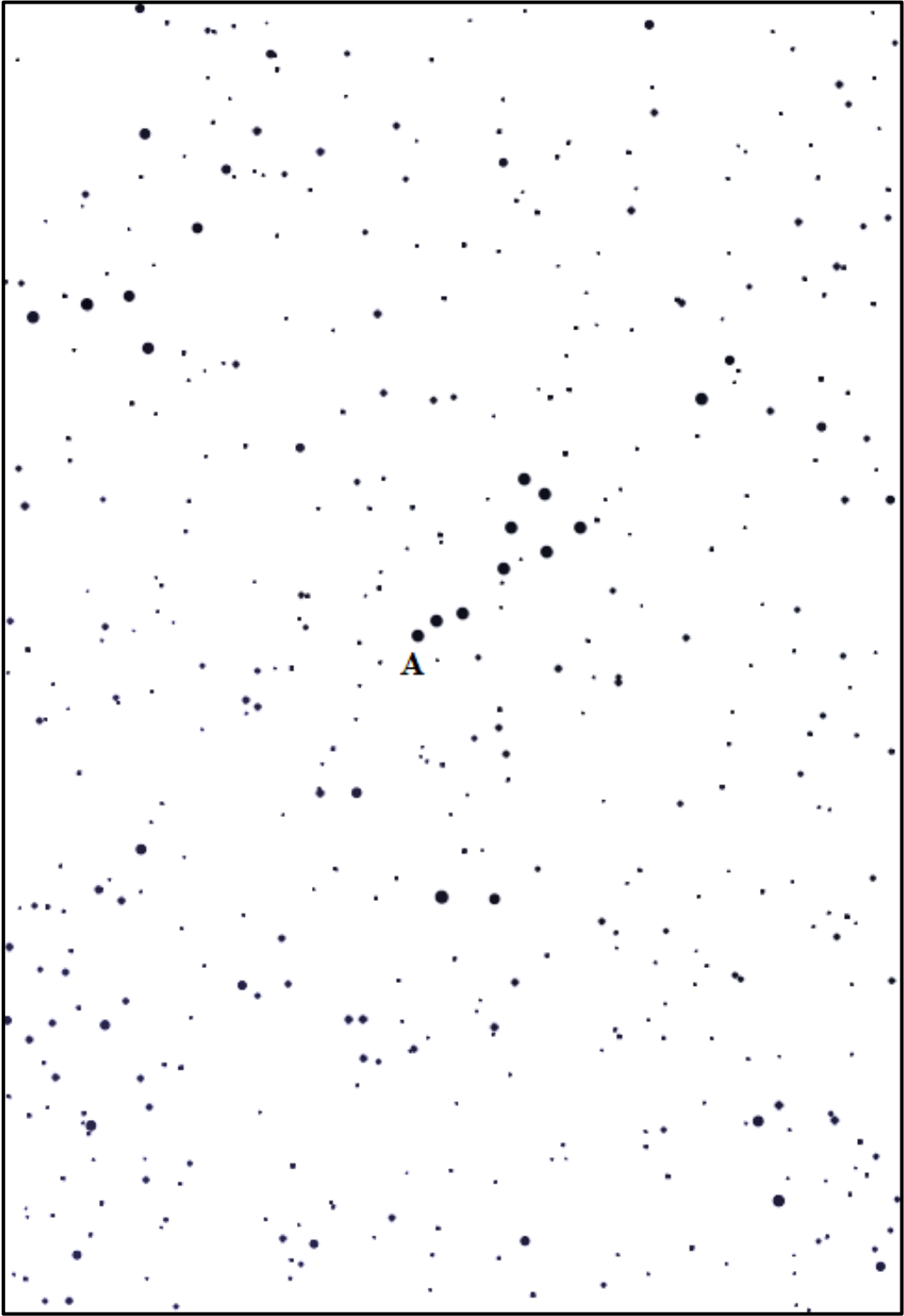
نقشه‌ی ۱



نقشه‌ی ۲



نقشه‌ی ۳



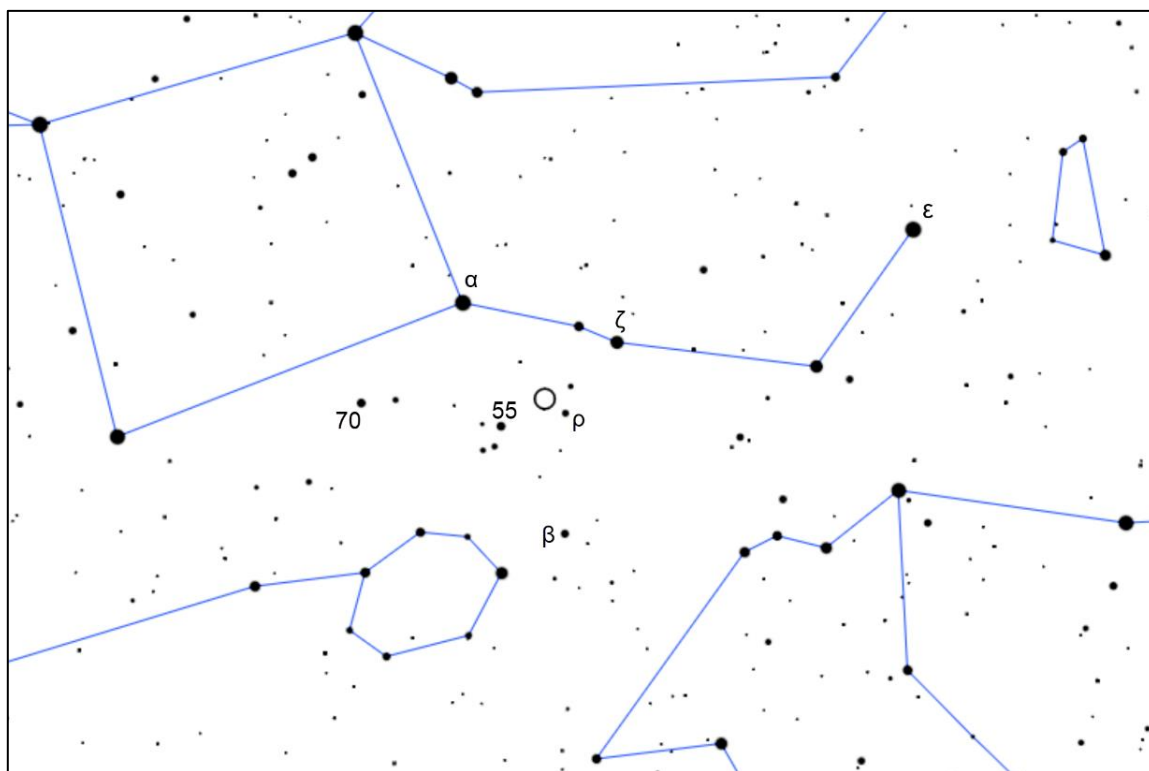
نقشه‌ی ۴

بخش دوّم

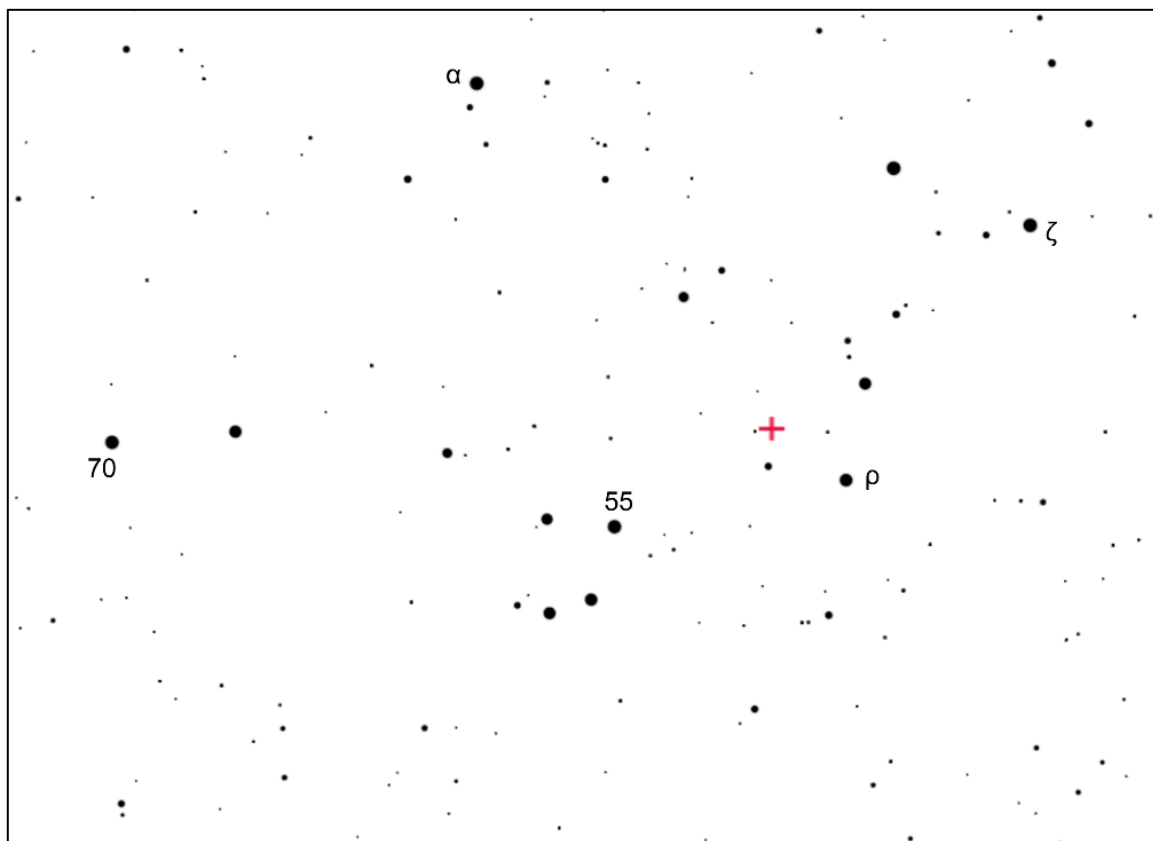
نقشه‌های راهنمای ۵ تا ۷، برای مشاهده‌ی سیّارک «دادوب» هستند.

این سیّارک را به مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ آورده و برای تأیید به ناظر نشان دهید.

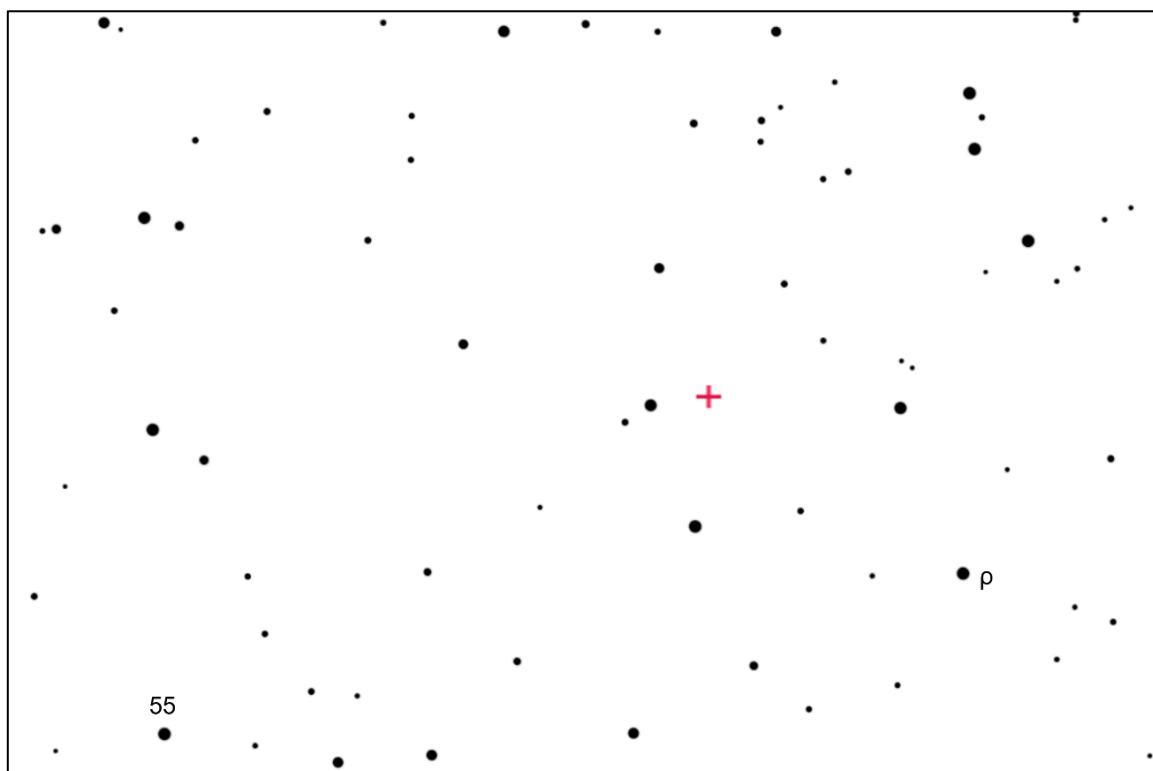
نام جرم	تأیید ناظر (اولین اقدام) ۱۰۰٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ۸۰٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) ۵۰٪ نمره‌ی کامل
دادوب	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا



نقشه‌ی ۵



نقشه ۶



نقشه ۷

آزمون رصد مسلح

ایستگاه دوم

(زمان: ۱۳ دقیقه)

در این کادر چیزی ننویسید.

نام و نام خانوادگی:

توضیحات مهم:

- در این ایستگاه ۴ برگ یک رو و یک چراغ قوه در اختیار شما قرار گرفته است.
- نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی برگه اول بنویسید.
- پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.
- از آسیب رساندن به تلسکوپ و به هم زدن تنظیمات اولیه آن اکیداً خودداری کنید.

اجرام عمقی و ستاره های دوتایی زیر را به ترتیب دلخواه خود انتخاب کرده و پس از قرار دادن در مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ، برای تأیید به ناظر نشان دهید. باید پیچ های تلسکوپ سفت شود. تلسکوپ بالانس و هم خط است.

در صورتی که موفق به دریافت تأیید برای هر پنج مورد شوید، می توانید بخش امتیازی را که از صفحه ی بعد آغاز می شود انجام دهید.

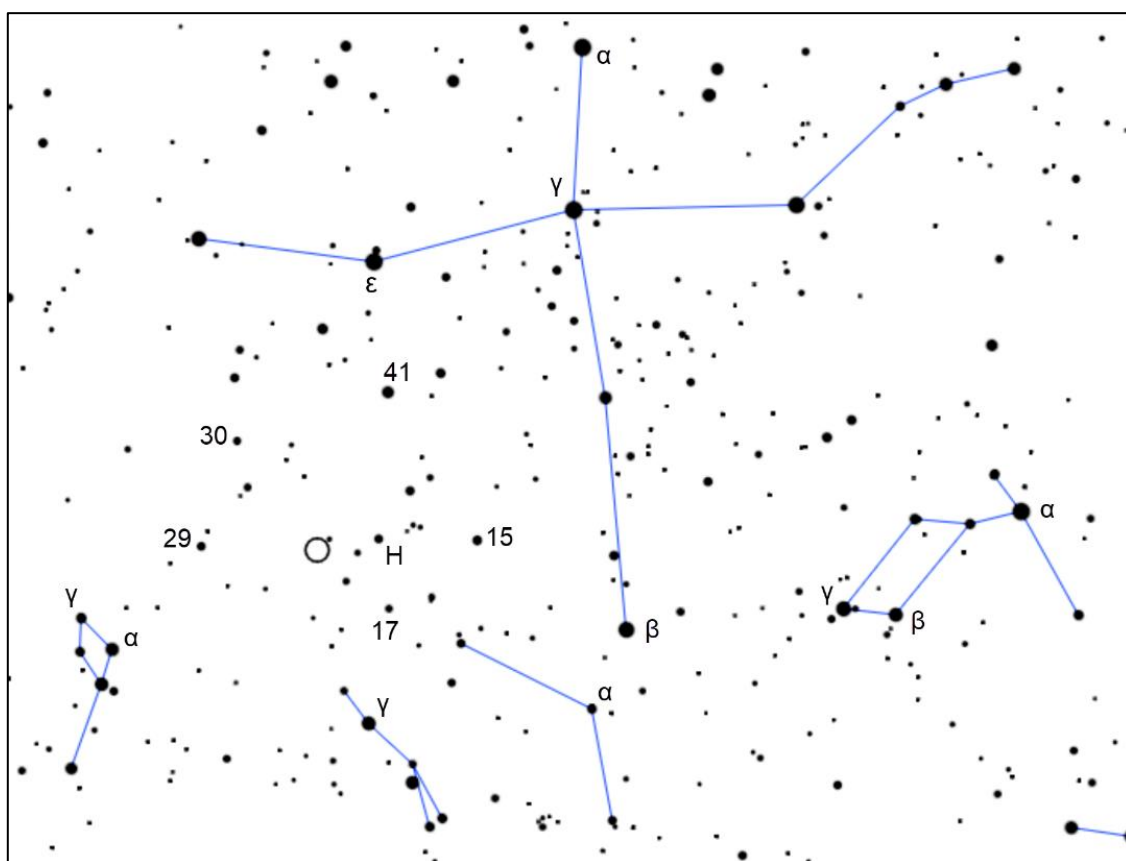
نام جرم	تأیید ناظر (اولین اقدام) ۱۰۰٪ نمره ی کامل	تأیید ناظر (دومین اقدام) ۸۰٪ نمره ی کامل	تأیید ناظر (سومین اقدام) ۵۰٪ نمره ی کامل
M 2	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
M 56	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
78 دبّ اصغر	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
94 دلو	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا
NGC 7009	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا

بخش امتیازی

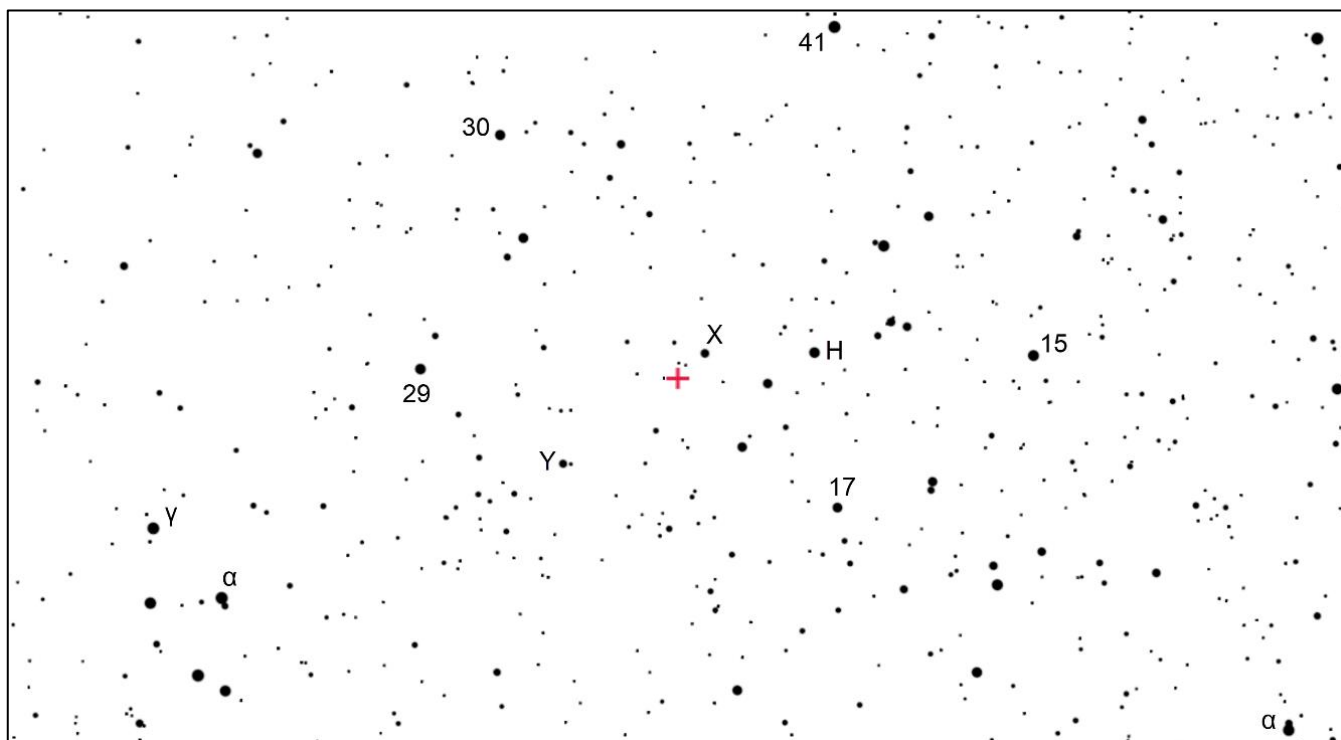
به مناسبت سالروز تولّد منجّم بزرگ قرن ۲۱، Sh.Khalooee، یک سیّارک به نام این منجّم نام‌گذاری شده است که نقشه‌های راهنمای ۱ تا ۳ برای مشاهده‌ی آن هستند.

سیّارک Sh.Khalooee را به مرکز میدان دید چشمی تلسکوپ آورده و برای تأیید به ناظر نشان دهید.

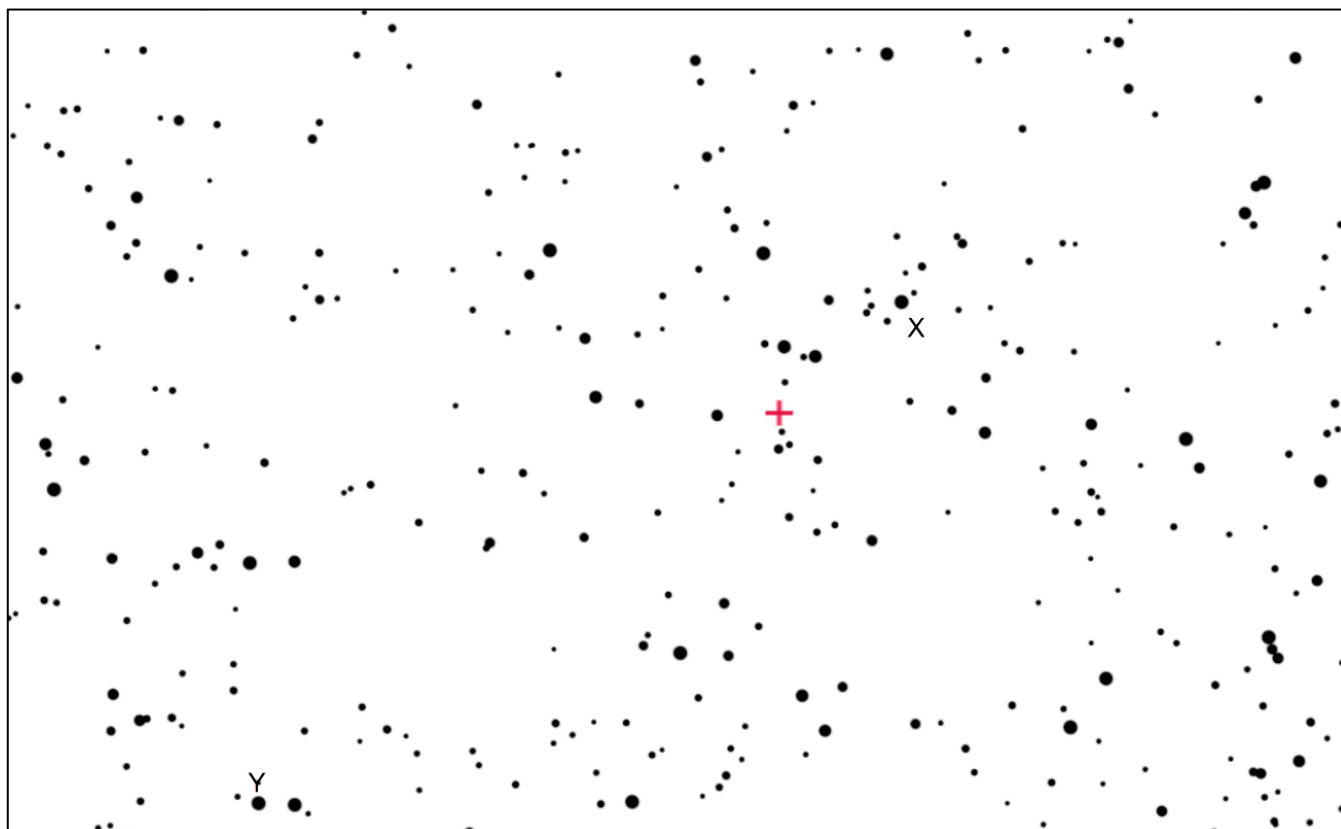
نام جرم	تأیید ناظر (اولین اقدام) ۱۰۰٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (دوّمین اقدام) ۸۰٪ نمره‌ی کامل	تأیید ناظر (سوّمین اقدام) ۵۰٪ نمره‌ی کامل
Sh.Khalooee	محلّ امضا	محلّ امضا	محلّ امضا



نقشه‌ی ۱



نقشه‌ی ۲



نقشه‌ی ۳

آزمون رصد مسلح

ایستگاه سوّم

(زمان: ۹ دقیقه)

در این کادر چیزی ننویسید.

نام و نام خانوادگی:

توضیحات مهم:

- در این ایستگاه ۳ برگ یک رو، یک چراغ قوه و یک نقاله در اختیار شما قرار گرفته است.
- نام و نام خانوادگی خود را تنها بر روی برگه ی اوّل بنویسید.
- پاسخ هر قسمت را در کادر مربوط به خودش بنویسید.

الف) تلسکوپ را با استفاده از قطبی‌بین (Polarscope) قطبی کرده و برای تأیید به ناظر نشان دهید.

تأیید ناظر

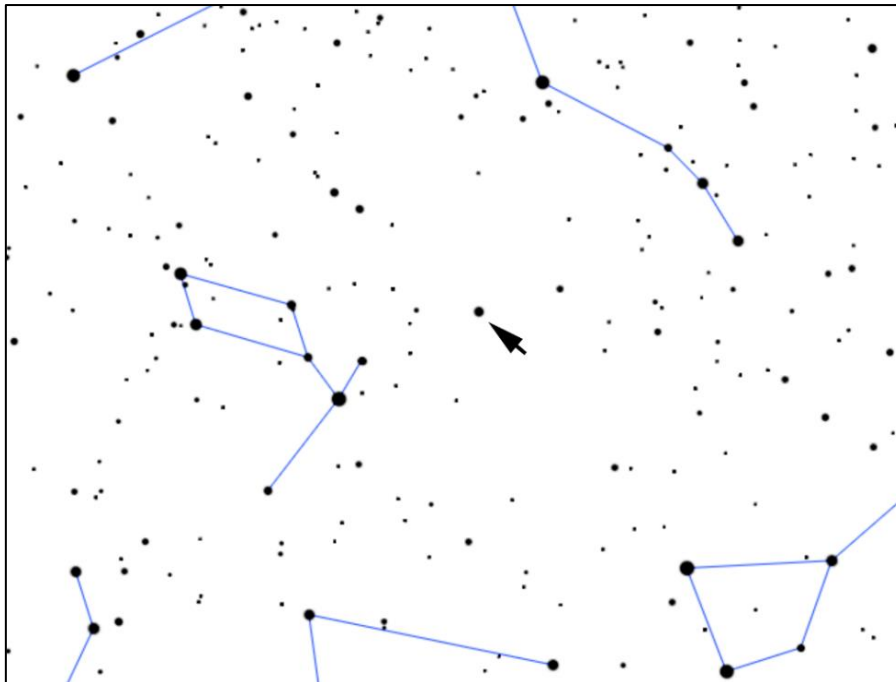
محل امضا

جدول زیر، مختصات استوایی ستاره ی گاما جدی (Nashira) را نشان می دهد. طوقه های تلسکوپ را به کمک آن تنظیم کنید.

گاما جدی (Nashira)	
میل:	-16°
بُعد:	$2^h 20^m$

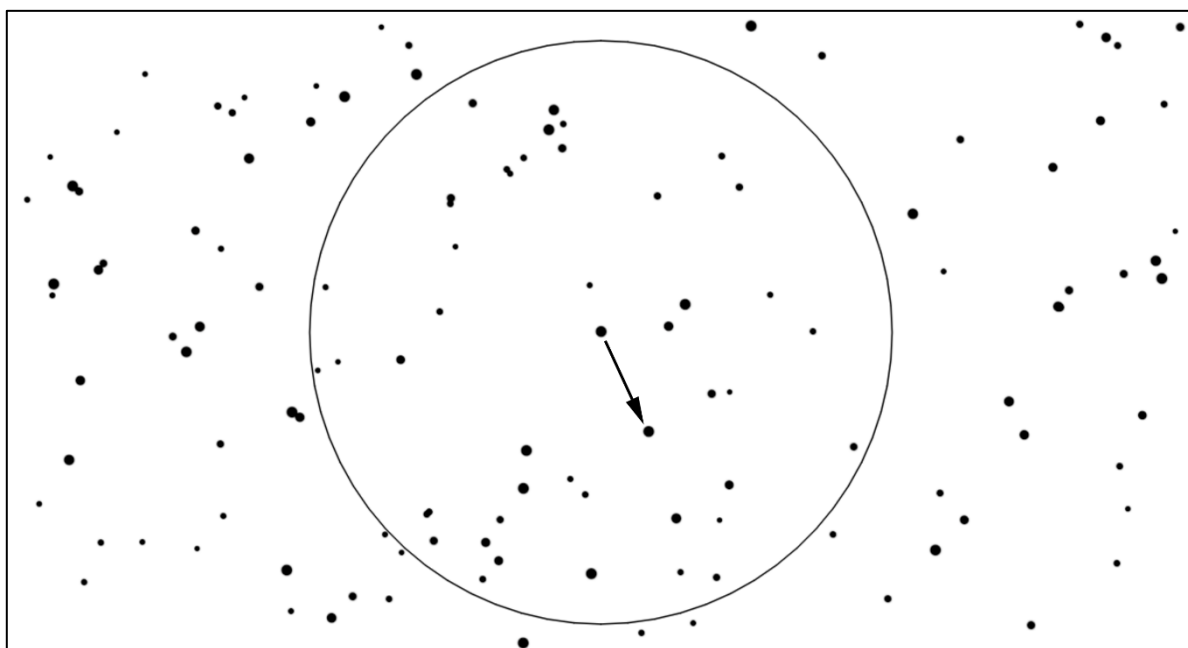
ب) ستاره ی ۱۳ شلیاق (13 Lyrae) در نقشه مشخص شده است. مختصات استوایی آن را اندازه گرفته و در جدول زیر وارد کنید.

میل:	بُعد:
------	-------



نقشه ی راهنمای ستاره ی ۱۳ شلیاق

نقشه‌ی زیر، آسمان را به مرکز ستاره‌ی ۱۳ شلیاق در مقیاس حدودی میدان دید چشمی نشان می‌دهد.



نقشه‌ی کوچک مقیاس به مرکز ستاره‌ی ۱۳ شلیاق (قطر دایره‌ی مشخص شده ۲ درجه است).

(ج) جهت شمال را روی دایره‌ی نقشه‌ی بالا مشخص کنید.

اگر ستاره‌ی ۱۳ شلیاق را مبدأ در نظر بگیریم، به زاویه‌ی بین جهت یک نقطه و جهت شمال، زاویه‌ی موقعیت گفته می‌شود. این زاویه از شمال به سمت شرق اندازه گرفته می‌شود.

(د) زاویه‌ی موقعیت جهت مشخص شده در نقشه را به دست آورده و در کادر زیر بنویسید. می‌توانید از نقاله‌ای که در اختیارتان قرار گرفته است استفاده کنید.

زاویه‌ی موقعیت:

افتخار آفرینان ایران در دوازدهمین المپیاد جهانی نجوم و اخترفیزیک - ۱۳۹۷ آبان

“一带一路”沿线 国家及地区青少年天文观测交流活动

THE 12th INTERNATIONAL OLYMPIAD ON ASTRONOMY AND ASTROPHYSICS



